

# Acústica submarina em alta frequência: teoria, simulação e resultados experimentais<sup>1</sup>

S.M. Jesus, A. Silva e O. Rodríguez,  
*Instituto de Sistemas e Robótica - Universidade do Algarve,  
Campus de Gambelas, 8005-139 Faro, Portugal.*

**Resumo:** um dos maiores obstáculos à utilização da acústica submarina para exploração e observação do oceano (tomografia, geo-acústica, etc) são as dimensões, peso, consumo de energia e custo dos equipamentos normalmente utilizados para transmissão e recepção de sinais acústicos. A maior parte dos métodos desenvolvidos e testados nos últimos 20/30 anos foram dedicados à banda de frequências baixas, arbitrariamente colocada abaixo dos 2 kHz. No outro extremo, frequências acima dos 50 kHz foram utilizadas no mesmo período de tempo, para actividades de observação oceânica a curta distância como por exemplo sonar lateral e multifeixe, perfiladores de corrente acústicos por efeito Doppler (ADCP - Acoustic Doppler Current Profilers), com grande sucesso científico e comercial. Em 2004 foi lançada, por um grupo informal de investigadores de vários países, a “High-Frequency Initiative” (HFi) que tem como objectivo o estudo teórico, em simulação através de modelos de propagação numéricos e experimentalmente, a utilização de acústica submarina a alta frequência para observação oceânica, comunicações submarinas, deteção de alvos e vigilância. HFi tem como objectivo a banda de frequência compreendida entre 2 e 50 kHz. Esta comunicação apresenta os principais problemas e desafios encontrados na HFi, assim como alguns resultados experimentais e de modelação conseguidos até à data.

## 1 Introdução

É de conhecimento geral que a propagação acústica em águas pouco profundas a distâncias superiores a algumas vezes a profundidade é extremamente difícil de modelar. Há vários factores que contribuem para este facto, entre os quais a variabilidade temporal da estratificação da coluna de água, as propriedades geoacústicas do fundo marinho (frequentemente só parcialmente conhecidas), reverberação e, dependendo da frequência, a rugosidade das superfícies do oceano e do fundo marinho. Tudo isto resulta nas conhecidas limitações do desempenho sonar em águas pouco profundas e localização de fontes em geral. Numa primeira aproximação, o normalmente admitido modelo no qual o sinal recebido é uma combinação linear de réplicas atenuadas e atrasadas do sinal emitido pela fonte, é ainda válido em águas pouco profundas. Contudo, os atrasos são frequentemente muito próximos, as réplicas são em grande número e as atenuações são muito difíceis de prever e portanto o sinal dado pelo modelo resulta numa pálida imagem do sinal efectivamente medido em ambiente real. Para além disso, a grande variabilidade da coluna de água torna ainda mais difícil a determinação de mudanças do sinal no espaço e no tempo. Apesar de todas estas dificuldades e potenciais erros de ajuste de modelo, provou-se que modelos de propagação

---

<sup>1</sup>Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia sob os programas POSI, POCTI e POCL.

numéricos podem calcular a pressão acústica capaz de acompanhar “em média” o sinal medido numa gama de frequências baixas, digamos, abaixo dos 2 kHz. Nessa gama de frequências, i.e., para comprimentos de onda  $\lambda \geq 0.75$  m as flutuações do meio de propagação têm relativamente pouca influência. Este facto proporcionou o desenvolvimento de uma série de técnicas baseadas no ajuste entre os campos acústicos modelado e observado, normalmente conhecidos por técnicas “matched-based”. Entre estas encontra-se o processamento por ajuste de campo (Matched-Field Processing - MFP) normalmente utilizado para localização de fontes, a inversão por ajuste de campo (Matched-Field Inversion - MFI) para estimação de parâmetros geoacústicos e tomografia por ajuste de campo (Matched-Field Tomography-MFT) para determinação das flutuações da coluna de água no espaço e/ou no tempo. O processamento que se encontra na base das técnicas “matched-based” é um filtro adaptado condicionado na saída do modelo de propagação acústica inicializado a partir de um conjunto de parâmetros descritivos do meio ambiente, alguns dos quais se pretende estimar: localização da fonte em MFP, propriedades do fundo em MFI e coeficientes característicos da coluna de água no caso de MFT. Existe uma abundante literatura neste tema incluindo o livro de Tolstoy [1] e muitas publicações de revisão, por exemplo, aquelas de Baggeroer [2, 3].

Como explicado acima, um aumento da frequência (ou diminuição do número de onda) torna o processo “matched-based” muito difícil e aleatório devido às inomogeneidades e flutuações “não visíveis” a baixa frequência e não tidas em conta nos modelos de propagação existentes, mesmo que, de um ponto de vista estritamente teórico, esses modelos e a equação de onda que eles permitem resolver continue perfeitamente válida a alta frequência. Existem algumas publicações nas quais os métodos “matched-based” foram experimentados a frequências significativamente superiores a 2 kHz com sucesso para localização de fontes (por exemplo, Hursky et. al [4]) e até certo ponto em inversão geoacústica [5, 6, 7]. Contudo estes resultados são esparsos e requerem confirmação através de outros estudos complementares, noutras condições experimentais, etc. e não existe evidência de que técnicas do tipo “matched-based” sejam suficientemente exactas e capazes de seguir (no tempo) a amplitude e fase do sinal acústico.

Existe um número alargado de razões pelas quais a alta frequência é atraente: uma é essencialmente experimental e prende-se com as dimensões, custo e eficiência de fontes acústicas de alta frequência quando comparadas com sistemas de baixa frequência equivalentes, e a outra é largura de banda pois que para detectar pequenos objectos, seguir veículos com precisão e/ou transmitir quantidades úteis de informação é necessária uma largura de banda consistente, digamos superior a 5 kHz que é obviamente impossível de obter em baixa frequência. Detectar pequenos objectos é um desafio na protecção de portos ou infraestruturas sensíveis de mergulhadores, veículos autónomos (AUV) ou minas. O seguimento com grande precisão de veículos é necessário em tarefas de observação ou monitorização geo referenciadas, busca e salvamento de relitos ou lixo tóxico, etc. Finalmente, transmitir informação debaixo de água é uma tarefa crucial na maior parte das aplicações já referidas, na comunicação e ligação de veículos submersos entre si e entre veículos submersos e bóias ou sistemas na superfície, assim como na monitorização de equipamento instalado remotamente a longo prazo. Duas ideias fundamentais foram propostas como oferecendo potenciais soluções para o problema da estimação do filtro adaptado, que é o bloco de base de qualquer detector / estimador: uma consiste em usar directamente a

resposta impulsiva do próprio oceano, e a outra consiste em representar uma hipotética resposta impulsiva por um modelo paramétrico, cujos os coeficientes deverão ser estimados. O primeiro método é geralmente conhecido como espelho acústico temporal (time reversal mirror - TRM) e o segundo como igualização adaptativa, normalmente usada em sistemas de comunicação.

Este trabalho trata o problema da utilização de respostas impulsivas geradas pelo próprio oceano para detectar objectos de pequena dimensão e para otimizar a recepção de sinais de comunicações acústicas.

## 2 Recapitulação teórica

### 2.1 Princípio do espelho acústico temporal

Consideremos uma fonte acústica colocada à profundidade  $z_o$  e à distância  $r_o$  do receptor emitindo um sinal acústico  $s(t)$  que se propaga até uma antena de  $L$  receptores-emissores (TRA) às profundidades  $\{z_l; l = 1, \dots, L\}$ . Neste caso a pressão acústica recebida no sensor  $l$  pode-se escrever

$$x(t; \theta_o, \theta_l) = h(t; \theta_o, \theta_l) * s(t), \quad (1)$$

$$y(t, \theta_o, \theta_l) = x(t; \theta_o, \theta_l) + v(t; \theta_l), \quad (2)$$

onde  $h(t; \theta_o, \theta_l)$  é a resposta impulsiva do canal entre o ponto  $\theta_o = (z_o, r_o)$  e o ponto  $\theta_l = (z_l, 0)$  e onde  $v(t; \theta_l)$  representa um ruído aditivo, Gaussiano, de média nula e descorrelacionado com o sinal. O sinal no receptor  $l$  é então invertido no tempo e transmitido de novo para o canal acústico sendo recebido em qualquer ponto do espaço  $\theta = (z, r)$ ,

$$p(t; \theta_l, \theta) = h(t; \theta_l, \theta) * x(-t; \theta_o, \theta_l), \quad (3)$$

$$q(t; \theta_l, \theta) = p(t; \theta_l, \theta) + h(t; \theta_l, \theta) * v(-t; \theta_o, \theta_l) + \mu(t; \theta), \quad (4)$$

onde  $\mu(t, \theta)$  é de novo uma sequência de ruído aditivo com as mesmas características de  $v(t, \theta)$  e descorrelacionado deste e do sinal  $s(t)$ . Se este procedimento for repetido para cada transductor e assumindo um canal linear e invariante no tempo, o campo acústico no ponto  $\theta = (z, r)$  é simplesmente a soma de cada uma das contribuições (4) para  $l = 1, \dots, L$

$$\begin{aligned} q(t, \theta) &= \sum_{l=1}^L h(t; \theta_l, \theta) * y(-t; \theta_o, \theta_l) + \mu(t; \theta), \\ &= \sum_{l=1}^L h(t; \theta_l, \theta) * h(-t; \theta_o, \theta_l) * s(-t) + h(t; \theta_l, \theta) * v(-t; \theta_o, \theta_l) + \mu(t; \theta), \end{aligned} \quad (5)$$

que representa o campo acústico medido em cada ponto do espaço no instante  $t$ . Por conveniência de notação é útil exprimir (1) sob uma forma vectorial discreta no horizonte de dados de  $N$  amostras adquiridas à taxa de amostragem  $f_s = 1/T_s$  tal que  $f_s \geq 2f_{\max}$ , onde  $f_{\max}$  é a frequência máxima presente no sinal. Nesse caso temos que

$$\mathbf{x}(\theta_o, \theta_l) = \mathbf{H}(\theta_o, \theta_l) \mathbf{s}, \quad (6)$$

com as seguintes definições

$$\mathbf{x}^t = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)] \quad (7)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & \dots & 0 \\ h(1) & h(0) & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(N-1) & h(N-2) & \dots & h(0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{s} = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)] \quad (9)$$

onde, para simplificação e sem perda de generalidade, foi assumido que o número de amostras do sinal emitido pela fonte era igual ao número de amostras  $N^2$ . usando esta notação para (5) permite-nos escrever

$$\mathbf{q}(\theta) = \sum_{l=1}^L \mathbf{H}(\theta_l, \theta) \mathbf{H}^T(\theta_o, \theta_l) \mathbf{s}' + \mathbf{H}(\theta_l, \theta) \mathbf{v}' + \boldsymbol{\mu}(\theta), \quad (10)$$

onde  $\mathbf{s}'$  é a notação discreta para o sinal emitido na fonte invertido no tempo  $s(-t)$ , *i.e.*, um vector coluna com as amostras ordenadas de forma invertida. Para  $\theta = \theta_o$ , o vector do sinal recebido  $\mathbf{q}(\theta_o)$  pode ser visto como a resposta de um filtro (canal) adaptado espacialmente ao sinal  $h(n; \theta_o, \theta_l)$  para o emissor/receptor  $l$  ou alternativamente<sup>3</sup>, usando a noção de sinal através de um filtro adaptado,

$$\mathbf{q}(\theta) = \mathbf{G}(\theta_o, \theta) \mathbf{s}' + \mathbf{H}(\theta_l, \theta) \mathbf{v}' + \boldsymbol{\mu}(\theta), \quad (11)$$

onde a matriz  $\mathbf{G}$  representa a resposta do sistema espacial entre o ponto  $\theta_o$  e  $\theta$  observada através de uma antena de  $L$  elementos, tal que

$$\mathbf{G}(\theta_o, \theta) = \sum_{l=1}^L \mathbf{H}(\theta_l, \theta) \mathbf{H}^T(\theta_o, \theta_l). \quad (12)$$

No ponto  $\theta = \theta_o$  esta matriz  $\mathbf{G}$  torna-se simétrica porque  $\mathbf{H}(\theta_l, \theta_o) = \mathbf{H}(\theta_o, \theta_l)$ , com os elementos na diagonal dados por

$$g_{ii} = \sum_{l=1}^L \sum_{n=0}^{i-1} h(n; \theta_l, \theta_o)^2 \quad (13)$$

e os elementos fora da diagonal, digamos  $i, j$ , são dados pela soma ao longo dos  $L$  elementos da antena, da autocorrelação das respostas impulsivas  $h(\theta_o, \theta_l)$  entre os pontos  $\theta_o$  e  $\theta_l$  tomadas no instante  $|i - j|$ ,  $i \neq j$ . No caso ideal de uma antena de emissores receptores com um número infinito de elementos e cobrindo toda a coluna de água, num guia de onda também ideal, estacionário e com respostas impulsivas infinitas, a matriz  $\mathbf{G}$  tomaria uma

<sup>2</sup>se não for esse o caso, o sinal  $s(t)$  pode ser acrescentado com zeros no caso da duração de  $h(t)$  ser maior do que de  $s(t)$  e vice-versa, zeros deverão aparecer nas colunas da matriz  $\mathbf{H}$  se a duração de  $s(t)$  for superior à da resposta impulsiva do canal  $h(t)$ .

<sup>3</sup>devido à propriedade de reciprocidade do canal acústico, que faz com que  $\mathbf{H}(\theta_o, \theta_l) = \mathbf{H}(\theta_l, \theta_o)$ .

forma diagonal. Na prática a matriz  $\mathbf{G}$  tomará na melhor das hipóteses a forma matricial discreta de uma função sinc ( $\sin x/x$ ). Uma das principais propriedades do filtro adaptado é a maximização da relação sinal ruído à sua saída, se bem que no caso do TRM, essa maximização ocorra no domínio espacial, *i.e.*, entre um ponto e outro do espaço formando um ponto focal no ponto de emissão e diminuindo a amplitude do sinal em todos os outros pontos. Vejamos como podemos caracterizar e quais os parâmetros que controlam esta focalização espacial, propriedade essencial do TRM.

## 2.2 Desempenho do espelho acústico temporal

Considerando as perturbações em (11) como  $\mathbf{v} : \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{C}_v)$  e  $\boldsymbol{\mu} : \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{C}_\mu)$  o ganho em relação sinal - ruído (SNR) à saída do fitlro adaptado pode ser escrito como

$$\rho(\theta) = \frac{|\mathbf{G}(\theta_o, \theta)\mathbf{s}'|^2}{E[|\sum_{l=1}^L \mathbf{H}(\theta_l, \theta)\mathbf{v}'(\theta_l) + \boldsymbol{\mu}(\theta)|^2]}, \quad (14)$$

expressão na qual o denominador pode ser consideravelmente simplificado se os ruídos forem considerados descorrelacionados no espaço e no tempo e de variancia  $\sigma_v^2$  e  $\sigma_\mu^2$ ,

$$E[|\sum_{l=1}^L \mathbf{H}(\theta_l, \theta)\mathbf{v}'(\theta_l) + \boldsymbol{\mu}(\theta)|^2] = \sum_{l=1}^L \sigma_v^2 \text{tr}[\mathbf{H}(\theta_l, \theta)\mathbf{H}^T(\theta_l, \theta)] + N\sigma_\mu^2, \quad (15)$$

onde  $\text{tr}$  é o operador traço. O traço da matriz  $\mathbf{H}(\theta_l, \theta)\mathbf{H}^T(\theta_l, \theta)$  é simplesmente a soma dos elementos dados por (13), que leva a que, utilizando uma notação abreviada,

$$E[|\sum_{l=1}^L \mathbf{H}(\theta_l, \theta)\mathbf{v}'(\theta_l) + \boldsymbol{\mu}(\theta)|^2] = N\sigma_\mu^2 + \sigma_v^2 \sum_{l=1}^L \sum_{i=0}^{N-1} (N-i)h^2(i; \theta_l, \theta), \quad (16)$$

$$= N\sigma_\mu^2 + \sigma_v^2 \sum_{l=1}^L [N\mathcal{E}_h(\theta_l, \theta) - \sum_{i=0}^{N-1} ih^2(i; \theta_l, \theta)], \quad (17)$$

onde  $\mathcal{E}_h(\theta_l, \theta)$  é a energia da resposta impulsiva  $h(\theta_l, \theta)$ . Finalmente (14) fica

$$\rho(\theta) = \frac{|\mathbf{G}(\theta_o, \theta)\mathbf{s}'|^2}{N\sigma_\mu^2 + \sigma_v^2 \sum_{l=1}^L [N\mathcal{E}_h(\theta_l, \theta) - \sum_{i=0}^{N-1} ih^2(i; \theta_l, \theta)]}. \quad (18)$$

Portanto a conclusão é que a variância no denominador da expressão do SNR depende não só das variâncias dos ruídos mas também da estrutura da resposta impulsiva do canal, que entra igualmente no numerador da expressão. Em particular (18) mostra que a SNR depende da duração temporal  $N$  da janela utilizada para limitar a resposta impulsiva no emissor/receptor e tendo uma diferença no denominador onde entra a energia da resposta impulsiva. Esta análise coincide com resultados já publicados acerca da otimização da duração da janela de observação [8, 9, 10]: se a janela for muito curta o numerador é muito baixo e o SNR decresce, se a janela for muito longa o denominador começa a aumentar e o SNR decresce também, o que conduz à conclusão de que deverá existir um valor óptimo entre estes dois valores extremos.

### 2.3 O caso multifocos

No capítulo anterior ficou claro que o sinal emitido num ponto depois de recebido e reemitido numa antena de emissores / receptores volta a focar no ponto de emissão inicial. Generalizando o mesmo raciocínio a um conjunto de  $K$  fontes, permite obter não um, mas  $K$  focos em outros tantos pontos. Consideremos o caso em que um sinal  $s(t)$  é emitido sucessivamente de cada uma das fontes e recebido em todos os  $L$  receptores. Há várias possibilidades para obter os focos simultâneos nas fontes, uma delas consiste em reemitir um sinal em cada receptor/emissor que é formado pela soma das  $K$  réplicas devidamente sincronizadas. Assim o sinal a emitir no sensor  $L$  escreve-se, utilizando a notação discreta introduzida acima,

$$\bar{\mathbf{y}}_l = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{s}_l + \bar{\mathbf{v}}_l, \quad (19)$$

onde

$$\bar{\mathbf{v}}_l = \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_{kl}. \quad (20)$$

Enquanto o sinal recebido no foco  $k$  é

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{q}}_k &= \sum_{l=1}^L \mathbf{H}_{kl} \bar{\mathbf{y}}'_l + \boldsymbol{\mu}_k, \\ &= \sum_{l=1}^L \mathbf{H}_{kl} \sum_{m=1}^K \mathbf{H}_{ml}^T \mathbf{s}'_l + \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^K \mathbf{H}_{ml} \mathbf{v}'_{ml} + \boldsymbol{\mu}_k, \\ &= \mathbf{p}_k + \sum_{l=1}^L \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{H}_{ml}^T \mathbf{s}'_l + \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^K \mathbf{H}_{ml} \mathbf{v}'_{ml} + \boldsymbol{\mu}_k, \end{aligned} \quad (21)$$

onde o primeiro termo é aquele que seria recebido no foco  $k$  caso houvesse apenas uma fonte sem ruído e os restantes termos representam as interferências entre fontes múltiplas e o ruído. Estes termos são directamente proporcionais à correlação cruzada entre respostas impulsivas do canal  $k$  e os canais diferentes de  $k$ . Pode-se ver aqui que uma das vantagens da emissão do sinal “médio” (19) é de que o termo de ruído é substancialmente diminuído, como se pode deduzir de (20).

### 2.4 Aplicação à detecção de fontes

Uma das aplicações do espelho temporal é na implementação de uma barreira acústica para a detecção de objectos submersos de pequena dimensão. O problema de detecção pode ser tratado considerando o sinal recebido ao longo de uma antena de  $K$  captadores colocado convenientemente num vector de observação  $\mathbf{y}$  e depois num vector aumentado ao longo do tempo, tal que

$$\mathbf{y}_a = [\mathbf{y}^t(0), \mathbf{y}^t(1), \dots, \mathbf{y}^t(N-1)]^t. \quad (22)$$

Esta é chamada a forma de ordenação temporal. De forma equivalente a forma de ordenação espacial privilegia o escalonamento primeiro no tempo e depois no espaço de tal modo que

$$\mathbf{y}_a = [\mathbf{y}_1^t, \mathbf{y}_2^t, \dots, \mathbf{y}_K^t]^t, \quad (23)$$

onde agora  $\mathbf{y}_k$  é o vector de dimensão  $N$  definido anteriormente. As mesmas definições podem ser utilizadas para o vector de sinal, de ruído e para a matriz de respostas impulsivas  $\mathbf{H}$ . O problema de detecção é colocado de forma clássica como um teste de hipóteses binário

$$\begin{aligned} H_0 &: \text{ não existe alteração no sinal} \\ H_1 &: \text{ o sinal mudou} \end{aligned}$$

A utilização do máximo de verosimilhança e da hipótese de normalidade do ruído leva naturalmente aos detectores óptimos que levam à aceitação da hipótese  $H_1$  se

$$L_t(\mathbf{y}_a) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=1}^J [\mathbf{y}^T(n) \tilde{\mathbf{H}}_j(n) \mathbf{s}_j - \mathbf{y}^T(n) \mathbf{H}_j(n) \mathbf{s}_j] \geq \gamma', \quad (24)$$

no caso da ordenação temporal, ou a

$$L_s(\mathbf{y}_a) = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J [\mathbf{y}_k^T \tilde{\mathbf{H}}_{kj} \mathbf{s}_j - \mathbf{y}_k^T \mathbf{H}_{kj} \mathbf{s}_j] \geq \tilde{\gamma}', \quad (25)$$

no caso da ordenação espacial, onde  $\gamma'$  é um limiar arbitrário, onde o ruído é suposto não correlacionado no tempo e no espaço e onde foi tido em conta que o número de fontes  $J$  podia ser diferente do número de captores  $K$ , por uma questão de generalidade. Nesta notação a matriz  $\tilde{\mathbf{H}}$  tem a mesma estrutura da matriz  $\mathbf{H}$  definida anteriormente, mas na qual as respostas impulsivas foram perturbadas devido à interposição do alvo, produzindo um efeito de distorsão cuja presença se pretende detectar. Para o caso  $J = 1$  obtém-se o resultado bem conhecido

$$P_D = Q[Q^{-1}(P_{FA}) - \sqrt{d^2}], \quad (26)$$

onde  $P_D$  e  $P_{FA}$  são as probabilidades de detecção e falso alarme, respectivamente e onde  $d^2 = \epsilon_{x-\tilde{x}}/\sigma^2$  é uma medida da relação SNR da energia de intersecção entre o sinal  $x$  e a sua versão modificada pelo canal  $\tilde{x}$ , o que obviamente depende do grau de espalhamento do alvo que atravessa a barreira entre as duas antenas de captores acústicos.

### 3 Aplicação do espelho acústico às comunicações

O objectivo de um sistema de comunicações é o de transmitir informação de um ponto para outro com a máxima fidelidade possível. Apesar de o sistema do espelho acústico descrito no capítulo 2.1 ser extremamente atraente devido ao ganho em relação SNR que permite obter no foco e, sobretudo, devido à capacidade espacial de eliminação de reflexões múltiplas, o facto de necessitar a transmissão do sinal útil nos dois sentidos, como se depreende do caso do espelho acústico standard, torna a sua aplicação em comunicações problemática. A utilização do espelho acústico torna-se no entanto possível graças a uma simples astúcia que consiste em fazer preceder a mensagem útil por um sinal de prova. Este sinal de prova

é memorizado no receptor e depois utilizado para processar o sinal útil realizando o espelho acústico computacionalmente no receptor. Este tipo de aplicação designa-se por espelho acústico passivo e tal como o espelho acústico padrão (definido na secção 2.1) aumenta a relação sinal ruído e tende a eliminar os múltiplos caminhos seguidos pelo sinal de dados no canal real, pois a resposta impulsiva global do espelho acústico passivo adquire as propriedades de  $\mathbf{G}$  em (12) e (13). Os múltiplos caminhos seguidos pelo sinal entre a fonte e o receptor fazem com que a cada símbolo recebido sejam adicionados de forma destrutiva os símbolos adjacentes o que resulta em interferência intersimbólica, que é atenuada pelo espelho acústico passivo por via da atenuação dos múltiplos caminhos.

Quando aplicada às comunicações digitais coerentes as variações do canal entre a transmissão do sinal de prova e dos dados, contribuem para que a operação do espelho se degrade rapidamente fazendo com que a optimização da relação sinal ruído e a redução da interferência intersimbólica não se processe convenientemente. Vários sistemas de compensação da variação do canal, normalmente designados por igualizadores, para o espelho acústico passivo foram desenvolvidos nos últimos anos [11]. A seguir desenvolvem-se os fundamentos teóricos de um novo igualizador apresentado recentemente [12] que tem a particularidade de basear o seu funcionamento no seguimento das variações das propriedades ambientais do canal que mais contribuem para a degradação do espelho acústico passivo.

Considerando o caso sem ruído em banda de base, após a aplicação do espelho acústico passivo [13], resulta o primeiro termo do lado direito de (3),

$$y(t) = [a(t) * r(t)] * p_{TR}(t, \Delta), \quad (27)$$

em que  $[a(t) * r(t)]$  é o sinal  $s(t)$  que corresponde a uma trama de símbolos convoluída com um formador de pulso *raised cosine*. A resposta impulsiva global do espelho acústico passivo é aqui repetida para incorporar a variabilidade do canal

$$p_{TR}(t, \Delta) = \sum_{l=1}^L h_l(t, \Delta) * h_l^*(-t), \quad (28)$$

em que o  $*$  representa a conjugação de fase (requerida quando o processamento do espelho se faz em banda de base),  $l$  é o índice do hidrofone,  $h_l(t)$  é a resposta impulsiva durante a transmissão do sinal de prova, e  $h_l(t, \Delta)$  é a resposta impulsiva durante a transmissão dos dados em que  $\Delta$  representa a variabilidade temporal das características ambientais do canal. As características ambientais podem dividir-se em propriedades físicas (ex.: temperatura ao longo da coluna de água, características do fundo, ...) e características da geometria fonte-receptor (distância fonte-receptor, profundidade da fonte e do receptor).

Num sistema de comunicações operacional como quando a fonte está instalada num veículo autónomo submarino, quando o receptor se encontra à deriva, ou simplesmente devido à ondulação as características geométricas variam muito mais rapidamente do que as físicas. Pelo que em (28)  $\Delta$  é essencialmente devido à variação das características geométricas do canal. Para melhor entender de que forma é que as variações geométricas contribuem para a degradação do espelho acústico é importante considerar a operação do espelho em termos de modos normais pois a sua propriedade de focagem é essencialmente devida à propriedade da ortogonalidade dos modos de propagação [14].



Num guia de ondas perfeito (28) pode ser representado no domínio da frequência usando o somatório ao longo do agregado de hidrofones do produto das função de *Green* durante a transmissão do sinal de prova e dos dados. Considerando que as variações geométricas são nulas resulta que

$$\begin{aligned}
P_{TR}(R, \theta_0, \theta_l, \omega) &= \sum_{l=1}^L G_\omega(R, \theta_0, \theta_l) G_\omega^*(R, \theta_0, \theta_l) \\
&= \frac{1}{\rho^2 8\pi R} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \frac{Z_m(\theta_0) Z_n(\theta_0)}{\sqrt{k_m k_n}} \sum_{l=1}^L Z_m(\theta_l) Z_n(\theta_l) e^{j(k_m R - k_n R)} \\
&= \frac{1}{\rho^2 8\pi R} \sum_{m=1}^M \frac{|Z_m(\theta_0)|^2}{|k_m|} \approx C,
\end{aligned} \tag{29}$$

em que  $n$  e  $m$  representam o índice dos modos durante a transmissão do sinal de prova e dos dados respectivamente,  $M$  o número total de modos que se propagam no canal,  $\rho$  a densidade da água,  $R$  a distância fonte receptor,  $\theta_0$  a profundidade da fonte,  $\theta_l$  a profundidade dos hidrofones,  $Z_m$  a forma dos modos,  $k_m$  o número de onda horizontal, e  $\omega$  a frequência. Em (29) foi considerado que o agregado de sensores cobre toda a coluna de água de forma suficientemente densa para que não haja *aliasing* na amostragem dos modos, pela propriedade da ortogonalidade dos modos  $\sum_{l=1}^L Z_m(\theta_l) Z_n(\theta_l) = \delta_{m,n}$  o que faz com que  $\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M (\cdot) = \sum_{m=1}^M (\cdot)$  e com que  $e^{j(k_m R - k_n R)} = 1$ . Finalmente, uma vez que  $k_m$  varia pouco com a frequência a resposta impulsiva global do espelho acústico no domínio da frequência fica aproximadamente igual a uma constante na banda do sinal de dados. Assim no domínio do tempo resulta que a resposta impulsiva global do espelho,  $p_{TR}$  dado por (28), é um pulso tipo *sinc*.

Considerando que existem variações geométricas do canal  $\Delta r$  para a distância fonte-receptor,  $\Delta\theta_l$  para a profundidade do agregado de hidrofones e  $\Delta\theta_0$  para a profundidade da fonte, resulta que (29) já não é uma constante

$$\begin{aligned}
P_{pc}(\cdot, \Delta\omega; \Delta r, \Delta\theta_0, \Delta\theta_l) &= \sum_l^L G_\omega(R + \Delta r, \theta_0 + \Delta\theta_0, \theta_l + \Delta\theta_l) G_{\omega+\Delta\omega}^*(R, \theta_0, \theta_l) \\
&= \frac{1}{\rho^2 8\pi R} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \frac{Z_m(\theta_0) Z_n(\theta_0 + \Delta\theta_0)}{\sqrt{k_m k_n}} \sum Z_m(\theta_l) Z_n(\theta_l + \Delta\theta_l) \\
&\quad e^{j(k_m^\dagger R - k_n(R+\Delta r))} \neq C^{te},
\end{aligned} \tag{30}$$

e o desempenho do espelho acústico degrada-se. Se existem variação geométrica na distância fonte-receptor,  $\Delta r$ , durante a transmissão do sinal de dados, essa variação irá afectar o termo exponencial e pode ser compensada usando um factor exponencial da seguinte forma

$$e^{j(k_m R - k_m(R+\Delta r))} e^{k_m \Delta r} = 1.$$

Se existir uma variação geométrica na profundidade dos sensores,  $\Delta\theta_l$ , durante a transmissão do sinal de dados, essa variação irá afectar a propriedade da ortogonalidade dos

modos e em [15] foi demonstrado que pode ser parcialmente compensada por um factor exponencial apropriado

$$\sum_{l=1}^L Z_m(\theta_l) Z_n(\theta_l + \Delta\theta_l) e^{j\gamma_m \Delta\theta_l} \approx \sum_{l=1}^L Z_m(\theta_l) Z_n(\theta_l) \frac{W(m, \Delta\theta_l)}{2}, \quad (31)$$

em que  $\gamma_m$  é o número de onda vertical do modo  $m$  e  $|W(m, \Delta\theta_l)| \approx 2$  para pequenos valores de  $\Delta\theta_l$  e  $|W(m, \Delta\theta_l)|$  oscila em torno de 1 para valores mais altos de  $\Delta\theta_l$ .

Finalmente se existir uma variação geométrica na profundidade da fonte,  $\Delta\theta_0$ , durante a transmissão do sinal de dados, essa variação irá afectar a o somatório ao longo dos modos e em [15] foi demonstrado que pode ser parcialmente compensada por um factor exponencial apropriado

$$\sum_{m=1}^M Z_m(\theta_0) Z_m(\theta_0 + \Delta\theta_0) e^{j\gamma_m \Delta\theta_0} \approx \sum_{m=1}^M Z_m(\theta_0) Z_m(\theta_0) \frac{V(\Delta\theta_0)}{2}, \quad (32)$$

em que  $|V(\Delta\theta_0)| \approx 2$  para pequenos valores de  $\Delta\theta_0$  e  $|V(\Delta\theta_0)| \approx 1$  para valores mais altos de  $\Delta\theta_0$ .

As variações geométricas afectam  $P_{TR}(\cdot)$  em (29) na função de *Green* durante a transmissão do sinal de dados resultando  $G_\omega(R + \Delta r, \theta_0 + \Delta\theta_0, \theta_l + \Delta\theta_l)$ . Em [15] foi também demonstrado que os factores exponenciais de compensação podem ser induzidos em  $P_{TR}(\cdot)$  através de um deslocamento na frequência da função de *Green* durante a transmissão do sinal de prova resultando  $G_{\omega+\Delta\omega}^*(R, \theta_0, \theta_l)$ . Uma vez que nesta função de *Green* o número de onda  $k_m$  é a única função dependente da frequência o processo de indução resulta da aplicação da expansão de Taylor de primeira ordem

$$k_m(\omega + \Delta\omega) \approx k_m(\omega) + \frac{dk_m(\omega)}{d\omega} \Delta\omega, \quad (33)$$

fazendo

$$\Delta\omega = \frac{\omega}{R} (-\Delta r \beta + \Delta\theta_l \zeta_l + \Delta\theta_0 \zeta_0), \quad (34)$$

em que  $\beta$  é um invariante do guia de ondas no plano distância/frequência,  $\zeta_l$  para o agregado de hidrofones e  $\zeta_0$  para a fonte são invariantes do guia de ondas no plano profundidade/frequência. O invariante  $\beta$  foi inicialmente observado com dados experimentais que revelavam a existência de linhas de intensidade constante na resposta em frequência quando a distância fonte-receptor aumentava e foi posteriormente demonstrado por Grachev [16]. Em [15] foi reinterpretado como uma forma de calcular por aproximação o número de onda horizontal a partir da velocidade de grupo, isto é

$$k_m \approx -\frac{dk_m}{d\omega} \omega \beta + \omega \rho_\beta, \quad (35)$$

onde  $\rho_\beta$  é também um invariante derivado de  $\beta$ . A partir desta reinterpretação foi possível deduzir a existência do invariante do guia de ondas  $\zeta$  que permite calcular por aproximação o numero de onda vertical a partir da velocidade de grupo

$$\gamma_m \approx -\frac{dk_m}{d\omega} \omega \zeta + \omega \rho_\zeta, \quad (36)$$

onde  $\rho_\zeta$  é também um invariante derivado de  $\zeta$ . As aproximações (35) e (36) melhoram considerando um número efectivo de modos em (29) menor do que o número total de modos que se propagam no guia de ondas. Esta redução do número de modos pode ser introduzida em (29) através da aplicação de uma janela temporal às respostas impulsivas do canal durante a transmissão do sinal de prova considerando a analogia entre raios e modos [17].

Quando o deslocamento na frequência  $\Delta\omega$  é o apropriado resulta que a variação do canal devida à variação dos parâmetros geométricos é parcialmente compensada fazendo com que (30) tenda para (29). No domínio do tempo isto corresponde a que a resposta impulsiva global do espelho distorcida pela variação do canal (28) tenda para a resposta impulsiva não distorcida. Ou seja o lobolo central da resposta impulsiva aumenta fazendo com que a potência do sinal de dados (27) aumente e por sua vez a potência da saída do espelho aumente também. A heurística anterior permite desenvolver um igua-

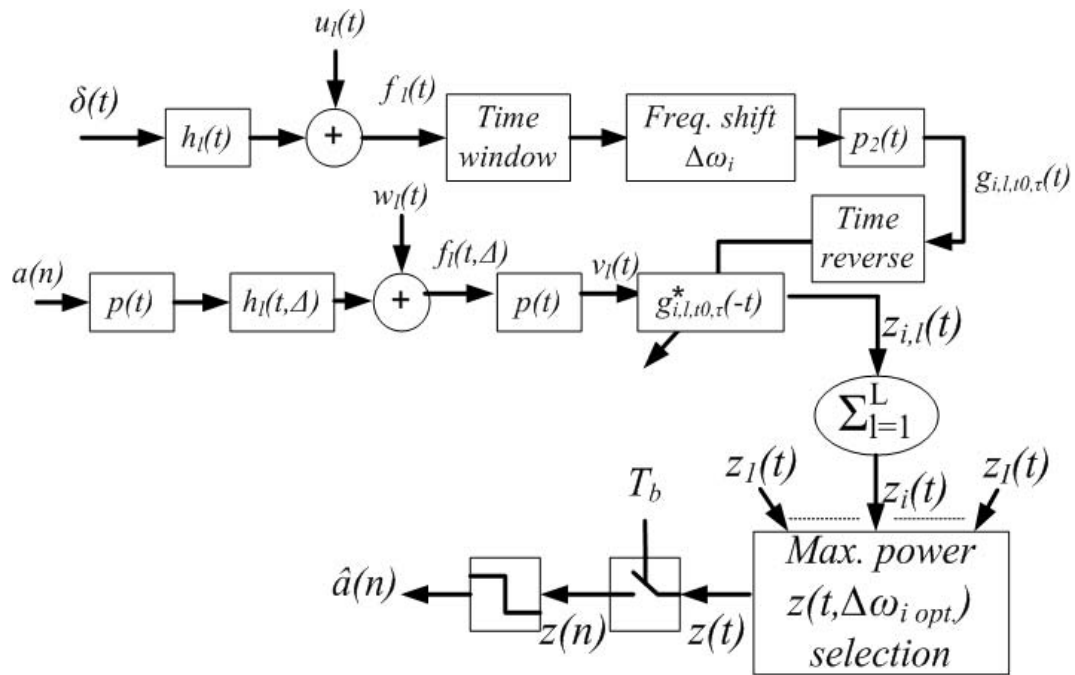


Figura 1: Diagrama de blocos do equalizador FSpTR. Os blocos de cima representam a estimativa das respostas impulsivas a partir do sinal de prova, a aplicação da janela temporal (para limitação de modos de propagação), e a operação de deslocamento na frequência. Os blocos do meio representam a transmissão dos dados através do canal, o filtro adaptado com as respostas impulsivas deslocadas na frequência obtidas nos blocos de cima, e o somatório ao longo dos  $L$  hidrofones, donde resulta um sinal,  $z_i(t)$ , para cada deslocamento na frequência. Os blocos de baixo representam a selecção do  $z_i(t)$  com a máxima potência (que corresponde à melhor compensação das variações geométricas) e à detecção dos símbolos transmitidos.

lizador baseado em parâmetros ambientais (originalmente designado por *Frequency Shift passive Time Reversal-FSpTR* [12]) semelhante a um *rack receiver* [18] em que um único parâmetro  $\Delta\omega_i$  é usado para ajustar os filtros adaptados (ver figura 1). É importante

notar que quando temos por objectivo as comunicações não é necessário fazer o seguimento dos parâmetros geométricos que estão a variar pois todos eles contribuem para o deslocamento em frequência (34), no entanto o seguimento dos parâmetros físicos pode ser útil se pretendermos seguir o movimento da fonte (ou outras aplicações) neste caso pode sempre proceder-se à inversão dos parâmetros físicos a partir do deslocamento em frequência óptimo obtido no sistema de comunicações. Para uma descrição mais detalhada do sistema da figura 1 o leitor é remetido para a referência [12].

## 4 Resultados obtidos

### 4.1 Espelho acústico

A demonstração do funcionamento do espelho acústico tem sido alvo de inúmeras publicações tanto em dados simulados como com dados reais. Talvez mais interessante será a questão multifocos na qual a maior dúvida surge em conhecer qual o grau de rejeição de cada foco em relação aos outros termos de (21). A figura 2 mostra dois focos simultâneos obtidos à distância de 3.8 km numa coluna de água de 95 m ligeiramente estratificada totalmente coberta por um agregado de 16 emissores/receptores a espaçamento regular. Em (a) pode-se ver os dois focos recebidos a 3.8 km e em (b) a concentração do sinal recebido no tempo (impulso de frequência modulada linearmente (LFM) com uma banda de 100 Hz) no tempo e em profundidade a 3.8 km de distância do agregado de fontes. Pode-se constatar que a interferência entre fontes é neste caso diminuta, tanto no espaço como no tempo.

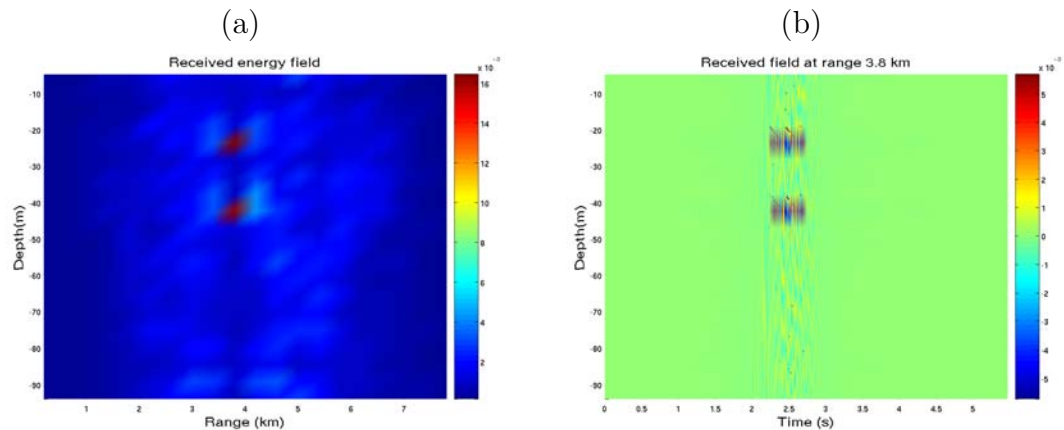


Figura 2: *Espelho acústico multifocos com um agregado de 16 elementos: foco no espaço (a) e foco no tempo (b).*

### 4.2 Barreiras acústicas submarinas

O cenário utilizado encontra-se representado na figura 3(a) onde se pode ver uma coluna de água de 20 m de profundidade com um perfil de velocidade do som ligeiramente reflectante

para o fundo, fundo esse caracterizado por um meio aberto de velocidade constante igual a 1800 m/s e de densidade 1.9 g/cm<sup>3</sup>. A distância entre o emissor e o receptor é de 500 m encontrando-se a fonte e o alvo ambos a 10 m de profundidade e a 20 m um do outro. O alvo é um cilindro rígido de 1 m de diâmetro. A título de exemplo e, para ilustrar a dificuldade do problema, a figura 3(b) mostra as perdas de transmissão perturbadas pela interposição do alvo obtidas com o modelo de propagação TRACEO.

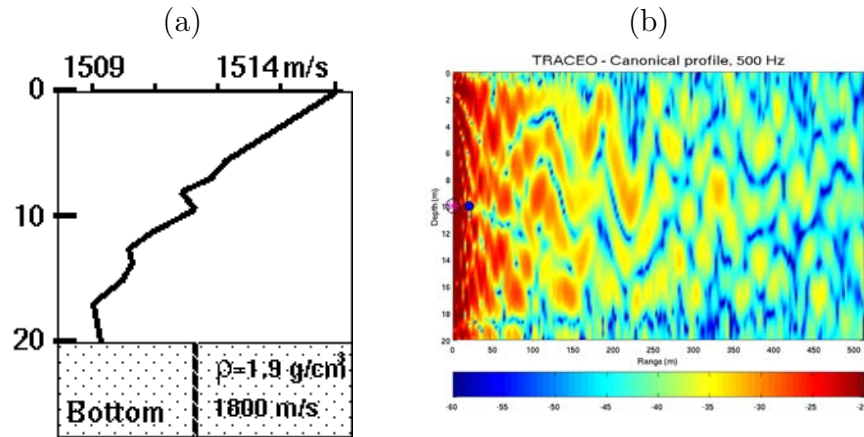


Figura 3: *Cenário de simulação da barreira acústica (a) e exemplo de perdas de transmissão a 500 Hz, com uma fonte e um alvo de 1 m de diâmetro (b).*

A figura 4 mostra os resultados de detecção obtidos em simulação nas mesmas condições físicas de propagação mas a uma frequência de 5 kHz comparado o resultado de simulação sub óptimo (100 tiragens) com o caso teórico (a) e em função da distancia entre o alvo e a fonte para duas relações SNR (b). Podemos assim constatar que o desempenho do detector

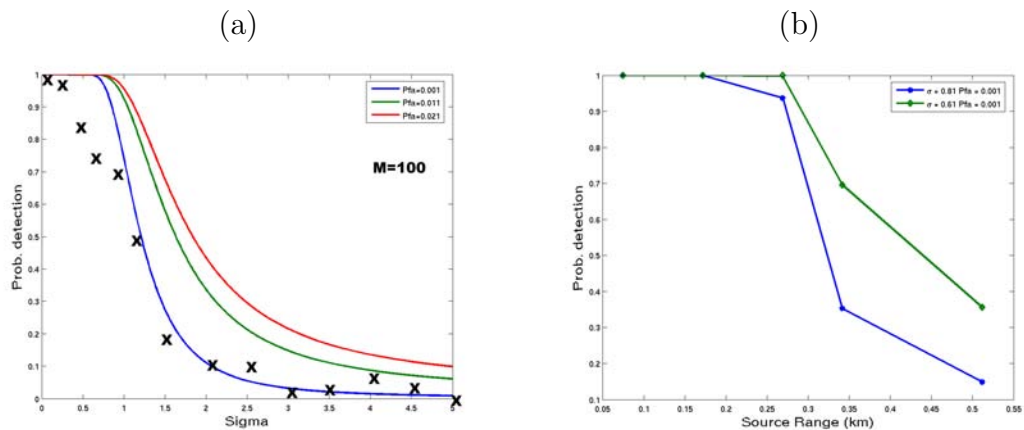


Figura 4: *Resultados de detecção de um alvo de 1m de diâmetro no canal descrito na figura 3(a) com SNR variável (a) e a distância variável entre emissor e alvo (b).*

baseado no espelho acústico é comparável ao do caso óptimo, sendo que a variação no

posicionamento dos pontos em (a) depende da limitação do número de tiragens e nalguma dificuldade em comparar a relação sinal ruído entre o caso teórico e caso multicaptor utilizado no espelho. O resultado da figura 4(b) retrata a variação da probabilidade de detecção empírica para uma distância fonte alvo variável e onde se pode constatar que o nível de detecção é aceitável até meia distância entre o emissor e o receptor, cerca de 300 m.

### 4.3 Igualizador ambiental adaptativo

O igualizador ambiental descrito na Secção 3 e representado esquematicamente na figura 1 foi aplicado nos dados reais adquiridos durante a campanha de mar MREA'04 que teve lugar ao largo de Setúbal, 50km a sul de Lisboa em Portugal, em Abril de 2004. O ambiente de propagação é caracterizado por uma coluna de água com profundidade variável entre 90 e 110 m sobre 1.5 m de areia e calhau. O agregado de hidrofones encontrava-se em deriva livre suspenso da superfície, sujeito a uma ondulação de aproximadamente 0.63 m oscilando com uma frequência de 0.4Hz. A fonte acústica encontrava-se suspensa do navio NRV Alliance e a sua profundidade foi medida com um sensor de profundidade e variava entre 71.4 e 72.24 m com uma frequência de oscilação de 0.1 Hz. Durante o MREA'04 o sistema de comunicações adoptado é conceptualmente semelhante ao da figura 1, com a principal diferença que o filtro de recepção  $p_2(t)$  foi distribuído entre a fonte e o receptor, o que corresponde a usar como sinal de prova o formador de pulso do sinal digital transmitido,  $p_4(t)$ , e a estimativa do canal é obtida por correlação no filtro de recepção que passou a ser também  $p_4(t)$ . O formador de pulso  $p_4(t)$  adoptado é um pulso *fourth-root raised-cosine* o que faz com que o sinal  $z_i(t)$  tenha uma forma de pulso *raised-cosine* ( $r(t) = p_4(t) * p_4(t) * p_4(t) * p_4(t)$  em (27)).

Os resultados apresentados correspondem a transmissões de sinais PSK binário com uma frequência de portadora de 3.6kHz, uma taxa de símbolo de 400 bits/seg e um factor de excesso de banda de 100% o que faz com que a banda do sinal seja de 800Hz. O sinal de dados transmitido durou 84 segundos com interrupções para a transmissão de sinais de prova, o sinal de prova usado no processamento foi transmitido aproximadamente aos 60 s, o que está representado por '\*' na figura 5 (a) e (b). A figura 5(a) mostra a potência do sinal  $z_i(t)$  ao longo dos 84 s de transmissão do sinal de dados e em função do deslocamento em frequência aplicado, e a linha a preto mostra o máximo dessa potência. Podemos verificar que na região em que foi transmitido o sinal de prova o máximo da potência se encontra para um deslocamento da frequência próximo de zero. Dados de GPS colocados na bóia de telemetria e no navio permitem saber que durante os 84 s do sinal a distância fonte-receptor variou 50m, o que pode ser claramente observado pela tendência decrescente do deslocamento em frequência óptimo de 150 para -50Hz que se vê na figura 5(a). As oscilações do deslocamento em frequência óptimo que se observam em torno desta diminuição tendencial são devidas às oscilações da profundidade da fonte e do receptor. A figura 5(b) mostra o erro quadrático médio entre o sinal  $z(n)$  da figura 1 e a trama de bits transmitida  $a(n)$ , para o espelho acústico passivo sem compensação, isto é com deslocamento em frequência igual a zero (linha preta), e para o espelho acústico passivo optimamente compensado pelo deslocamento em frequência (tracejado vermelho). A linha preta mostra uma grande degradação do erro quadrático médio quando nos afastamos do

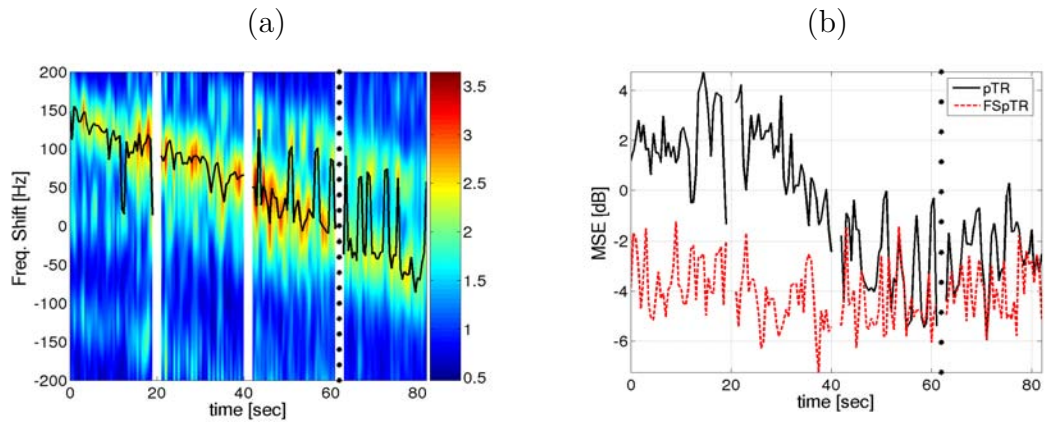


Figura 5: (a) Potência do sinal  $z_i(t)$  do FSpTR em função do tempo em que o sinal de dados é transmitido e do deslocamento em frequência aplicado. A linha preta indica a máxima potência em função do deslocamento em frequência ao longo do tempo. (b) Erro quadrático médio entre os símbolos transmitidos e o sinal  $z(n)$  da figura 1, para o espelho acústico passivo sem compensação, isto é com deslocamento em frequência igual a zero (tracejado vermelho) e para o espelho acústico passivo compensado pelo deslocamento em frequência (linha preta).

instante de transmissão do sinal de prova, por outro lado, o tracejado vermelho mostra que o erro quadrático médio se mantém muito mais estável, o que é revelador do bom desempenho do mecanismo de compensação das variações do canal proposto. Nos primeiros 20 s da figura podemos ver que o FSpTR apresenta um ganho médio de 5.55 dB em relação ao espelho acústico sem compensação, nos segundos 20 s o ganho é de 5.7 dB, nos terceiros e quartos 20 s (na vizinhança do sinal de prova) é de 1.64 e 1.53dB respectivamente. O ganho global é de 4.11dB.

## 5 Conclusão

Enquanto o processamento por ajuste de campo (MFP) foi amplamente divulgado nos anos 80 e 90 para localização de fontes e em seguida noutras aplicações de inversão do fundo e da colna de água, a sua utilização limitou-se a frequências relativamente baixas, sempre  $< 2$  kHz e com maior sucesso abaixo dos 1 kHz. O espelho acústico temporal tem vindo a encontrar um cada vez maior número de aplicações onde são necessárias frequências mais elevadas, como por exemplo em detecção de alvos de pequenas dimensões e comunicações acústicas submarinas. Esta comunicação apresenta uma série de resultados teóricos que demonstram a aplicação do espelho acústico no caso standard como no caso multifocos. Em seguida são apresentados alguns resultados de aplicação com dados simulados no caso das barreiras acústicas, onde se pode constatar que o espelho acústico multifoco permite implementar um detector subóptimo de alvo de reduzidas dimensões e que a perturbação do canal é suficiente para obter um nível de deteção aceitável, quando comparado com o caso óptimo.

No caso das comunicações acústicas foi proposto um igualizador de canal baseado no espelho acústico e nos invariantes de guia de onda para as variações geométricas entre a fonte e o receptor (tanto para a profundidade como para a distância). Demonstrou-se com dados reais adquiridos durante a campanha MREA'04 que o igualizador proposto permite obter um ganho até 5.5 dB no erro quadrático médio dos símbolos recebidos comparativamente ao caso apenas com espelho acústico sem igualizador.

Os resultados promissores apresentados levam a crer que as técnicas associadas ao uso do espelho acústico tem aplicações interessantes no melhoramento das comunicações acústicas com veículos autónomos e sensores distribuídos cada vez mais utilizados em redes de comunicações submarinas para inspeção, monitorização e segurança de infraestruturas críticas tais como por exemplo plataformas de extração petrolífera, conjuntos off-shore de geradores de energia das ondas, etc. Outra possível aplicação é a de proteção de portos contra actos de terrorismo levados a cabo por veículos autónomos ou mergulhadores praticamente indetectáveis com os meios actuais devido aos baixos níveis de ruído emitidos e baixos coeficientes de reflexão.

## Referências

- [1] A. Tolstoy. *Matched Field Processing for Underwater Acoustics*. World Scientific, Singapore, 1993.
- [2] A.B. Baggeroer and W. Kuperman. Matched field processing in underwater acoustics. In J. Moura and I. Lourtie, editors, *Proc. NATO ASI Conf. on Acoustic Signal Processing for Ocean Exploration*, pages 83–122, June 1992.
- [3] A.B. Baggeroer, W. Kuperman, and P. Mikhalevsky P. An overview of matched field methods in ocean acoustics. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 18(4):307–338, October 1993.
- [4] P. Hursky, M.B. Porter, and M. Siderius. High-frequency (8-16 khz) model-based source localization. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(6):3021–3032, June 2004.
- [5] C.H. Harrison and A. Baldacci. Bottom reflection properties by inversion of ambient noise. In *Proc. Sixth of European Conf. on Underwater Acoust., ECUA'02*, pages 471–476, Gdansk, Poland, June 2002.
- [6] C.H. Harrison. The influence of noise and coherence fluctuations on a new geo-acoustic inversion technique. In Pace and Jensen, editors, *Impact of Littoral Environment Variability on Acoustic Predictions and Sonar Performance*, pages 139–146, Kluwer, September 2002.
- [7] P.J. Santos, P. Felisberto, and P. Hursky. Estimating bottom properties with vector sensor array during the makai experiment. In *Conf. on Marine Technology*, Barcelona, Spain, November 2007.
- [8] A. Silva, S. Jesus, J. Gomes, and V. Barroso. Underwater acoustic communications using a “virtual” electronic time-reversal mirror approach. In P. Chevret and M.Zakharia, editors, *5th European Conference on Underwater Acoustics*, pages 531–536, Lyon, France, June 2000.
- [9] S.M. Jesus and A. Silva. Virtual time reversal in underwater acoustic communications: Results on the intifante'00 sea trial. In *Proc. of Forum Acusticum*, Sevilla, Spain, September 2002.
- [10] A. Silva, S.M. Jesus, and J.P. Gomes. Time-reversal optimization for underwater communications. *submitted IEEE Journal of Oceanic Engineering*, November 2007.
- [11] J. Gomes, A. Silva, and S.M. Jesus. Joint passive time reversal and multichannel equalization for underwater communications. In *Proc. of the MTS/IEEE Oceans 2006*, Boston, USA, September 2006.
- [12] A. Silva, S.M. Jesus, and J.P. Gomes. Generalization of waveguide invariants and application to passive time reversal. *submitted J. Acoust Soc. America*, August 2007.



- [13] A. Silva, S.M. Jesus, and J.P. Gomes. Acoustic array depth and range shift compensation by using a waveguide invariant property. In *Proc. Underwater Acoustic Measurements*, Heraklion, Greece, June 2007.
- [14] W.A. Kuperman, W. Hodgkiss, H. Chung Song, T. Akal, C. Ferla, and D. Jackson. Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103(1):25–40, January 1998.
- [15] A. Silva, S.M. Jesus, and J.P. Gomes. Physics-based passive time reversal equalizer using shallow water waveguide invariant properties. In *Proc. MTS/IEEE Oceans'2007*, Vancouver BC, Canada, October 2007.
- [16] G. A. Grachev. Theory of acoustic field invariants in layered waveguide. *Acoust. Physics*, 39:33–35, 1993.
- [17] I. Tolstoy and C.S. Clay. *Ocean Acoustics: Theory and experiments in underwater sound*. AIP, New York, 1966.
- [18] John G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, New York, third ed. edition, 1995.