

# Mapeamento espacial de perturbações da temperatura do oceano por integração sistemática de dados acústicos e medições *in-situ*

Paulo Felisberto (pfelis@ualg.pt), Sérgio de Jesus (sjesus@ualg.pt)

Laboratório de Processamento de Sinais-SiPLAB

Universidade do Algarve

Setembro, 2004

## Resumo

O conhecimento das perturbações da temperatura/velocidade do som numa área do oceano é de primordial importância para um vasto conjunto de aplicações, entre as quais se contam o sonar, as pescas, etc. O método clássico utilizado para construir essa imagem da temperatura do oceano baseia-se em medições *in-situ* com recurso a equipamentos tais como o CTD, XBT e cadeia de termistores. Este método fornece informação com alta resolução nos pontos onde se realizam as medições, sendo todavia moroso para construir uma imagem espacial. Mais recentemente, a tomografia acústica submarina, desenvolveu métodos para inferir perturbações da temperatura/velocidade do som do oceano a partir de transmissões acústicas. Um dos aspectos relevantes da tomografia acústica é que uma medição cobre todas as perturbações que ocorrem entre o emissor e o receptor acústico, os quais podem estar a distâncias da ordem das dezenas de quilómetros ou mais. Estas perturbações são integrais, isto é reflectem uma média das perturbações observadas ao longo do canal de propagação. Historicamente, os dois métodos têm sido tratados independentemente, embora a sua integração possa potencialmente permitir ganhos em termos de custos e disponibilidade da informação. Neste trabalho apresentaremos um método de mapeamento espacial de perturbações da temperatura que integra de forma sistemática a informação obtida por tomografia acústica e medições *in-situ*. Serão apresentadas simulações da aplicação do método a situações realísticas descritas na literatura e observadas nas campanhas de mar em que participou o Laboratório de Processamento de Sinais da Universidade do Algarve. Discutiremos o método apresentado do ponto de vista da distribuição dos diferentes equipamentos de aquisição, o que poderá ser utilizado no planeamento de campanhas de mar.

# 1 Introdução

O conhecimento, numa determinada área do oceano, das perturbações espaciais da temperatura, e por conseguinte da velocidade do som que lhes está associada, é determinante para um eficaz desempenho dos sistemas sonar. Também, noutras aplicações, tais como previsões oceanográficas ou estudos de sistemas biológicos marinhos, esse tipo de conhecimento é fundamental. Ao longo dos tempos, dois tipos de métodos têm sido utilizados para construir uma "imagem" das perturbações das temperaturas.

O método clássico tem a sua origem na oceanografia e baseia-se em medições *in-situ* ou seja medições directas da temperatura em vários pontos da área de interesse, com recurso a equipamento do tipo CTD, XBT e cadeias de termistores. A oceanografia desenvolveu métodos de interpolação, que partindo de um conjunto de medições *in-situ*, estimam os valores da temperatura nos pontos de uma grelha de discretização da área de interesse do oceano. Os métodos utilizados para construir esse mapeamento são, genericamente, conhecidos por análise objectiva (*objective analysis*). Utilizando os princípios da análise objectiva, a estimativa da perturbação num ponto do mapeamento (grelha de discretização) é obtida a partir das medições efectuadas em pontos próximos. O valor da perturbação no ponto da grelha é então dado por uma combinação linear do conjunto dessas medições, onde cada uma é pesada por um coeficiente. Para encontrar os diferentes pesos considera-se normalmente um decaimento gaussiano (exponencial) com a distância (e tempo se for o caso), ou equivalentemente que a função de correlação espaço-temporal das temperaturas é do tipo gaussiano.

As imagens de perturbações espaciais da temperatura, obtidas por análise objectiva são de uma grande precisão nos pontos onde se efectuaram as medições *in-situ*, uma vez que o equipamento utilizado é de grande precisão. Já nos pontos do mapeamento não coincidentes com os das medições *in-situ*, a precisão depende muito do conhecimento que se tiver da função de correlação das temperaturas, a qual na maioria dos casos não é realmente conhecida, utilizando-se relações empíricas.

Por outro lado, as medições *in-situ* para cobrir uma área de interesse do oceano não são todas realizadas simultaneamente. O vulgar é essas medições, nomeadamente as realizadas por CTD e XBT, serem efectuadas a partir de uma plataforma, normalmente um navio, que se movimenta entre os locais de medição. Torna-se evidente que, no caso das perturbações evoluírem rapidamente não será possível obter uma imagem realística com recurso a esta técnica.

Nos finais da década de setenta do século passado Munk et al.[1] apresentaram um esquema de monitorização das perturbações da temperatura

do oceano recorrendo à acústica submarina, dando origem à tomografia (ou termometria) acústica. O esquema inicialmente proposto considera a coluna de água composta por um conjunto de camadas, permitindo inferir a perturbação média que ocorre em cada uma delas entre o emissor acústico (fonte) e o receptor acústico (hidrofone). O método foi validado em várias experiências, sendo que em algumas a fonte e o receptor se encontravam a centenas de quilómetros de distância. Uma particularidade deste método é que fornece informação integral, isto é o valor das perturbações inferidas para cada camada representam uma média de todas as perturbações que ocorrem entre o emissor e o receptor na camada considerada. Este método que se pode considerar de detecção remota, permite assim, numa única medição, cobrir uma vasta área.

Hoje em dia um dos grandes desafios dos sistemas de informação está centrado em se obter informação em tempo útil, o que em muitos casos quer dizer em tempo real, e a custos controlados. Nesse sentido a conjugação dos métodos oceanográficos, que partem de medições muito precisas, mas que são morosos para cobrir uma área de interesse, e normalmente caros por necessitarem de bastante tempo de navio, com métodos acústicos, que não sendo tão precisos cobrem num instante uma vasta área, tornam-se apelativos. Um factor que leva também à integração dos dois tipos de métodos e que contribui simultaneamente para uma diminuição dos custos de operação dos equipamentos, está associado ao desenvolvimento recente de sistemas de aquisição integrados, os quais incorporam uma componente acústica (cadeias de hidrofones) e outras não acústicas (por exemplo cadeias de termistores). Estes sistemas que são de custos relativamente reduzidos por na sua grande parte serem realizados com componentes electrónicos standard, têm também a vantagem de poderem operar autonomamente em vários tipos de configurações (ancorados, derivantes). Por outro lado, graças aos avanços na tecnologia de comunicação sem fios, estes sistemas podem ser utilizados em rede e operados remotamente, inclusive de terra, no caso de aplicações costeiras.

O SiPLAB, um laboratório sediado na Universidade do Algarve, tem desenvolvido sistemas de aquisição com as características anteriormente enunciadas. Na próxima secção apresentaremos uma breve descrição de um desses sistemas denominado ULVA/RDAS, o qual incorpora uma cadeia de hidrofones e uma cadeia de termistores, tendo sido concebido para ser versátil e poder ser utilizado em várias aplicações de acústica submarina, tais como tomografia e localização.

Nas secções seguintes discutiremos um modelo para integração de medições *in-situ* e dados de tomografia acústica, afim de se obter um mapeamento espacial de perturbações da temperatura. Por fim apresentaremos simulações da aplicação do método a situações realísticas, quer do ponto de vista das

perturbações sintetizadas, quer do ponto de vista dos equipamentos utilizados para a aquisição de dados e sua distribuição pela área de interesse. Estas simulações, baseiam-se em observações realizadas no mar e na experiência de planeamento e condução de campanhas de mar do SiPLAB.

## 2 ULVA/RDAS um sistema autónomo de aquisição de dados acústicos

O ULVA/RDAS (Ultra Light Vertical Array/Remote Data Acquisition System) é um sistema de aquisição de dados para aplicações de acústica submarina, constituído por uma cadeia vertical de hidrofones, distribuídos por duas secções de 8 hidrofones. Cada secção de 30 m de comprimento inclui ainda 4 termistores. Existe ainda uma terceira secção de 60 m exclusivamente com termistores num total de 8. As secções com hidrofones estão ainda instrumentadas com um sensor de pressão, para determinação da profundidade e de um sensor de inclinação de modo a se estimar a forma da cadeia. O sistema permite a utilização destas secções em várias configurações, podendo amostrar de 30 a 120 m da coluna de água. A figura 2a) apresenta um esboço de todos os componentes do sistema de aquisição, que são colocados no mar (*wet end subsystem*), numa configuração com duas secções acústicas. Na figura 2b) podemos ver um diagrama de blocos dos subsistemas do ULVA/RDAS que são colocados no mar, e do subsistema de controlo e monitorização remoto (*monitor computer*), o qual poderá estar instalado num navio ou caso seja possível em terra (*dry-end subsystem*).

O sistema ULVA/RDAS é uma adaptação realizada pelo SiPLAB, no âmbito do projecto ATOMS, de um sistema original denominado simplesmente ULVA, adquirido à empresa especializada COLMAR. Uma descrição pormenorizada das intervenções realizadas podemos encontrar em [2]. Sumariamente podemos dizer que do sistema ULVA original foi aproveitada unicamente a cadeia de sensores (*array*) e a unidade de telemetria (ULVATU), cuja função é realizar a amostragem dos sinais adquiridos nos diferentes sensores. A bóia rádio foi totalmente redesenhada de forma a poder armazenar os dados adquirido e funcionar autonomamente, funcionalidades que não existiam no sistema original, onde os dados adquiridos só podiam ser armazenados remotamente, e a sua qualidade era dependente das condições de transmissão. As funcionalidades desta nova bóia foram conseguidas com a introdução de um PC embebido e outras tecnologias de grande consumo, como por exemplo comunicações baseadas em tecnologia sem fios (WLAN) standar – no ULVA original as comunicações recorriam a tecnologia proprietária. Estas

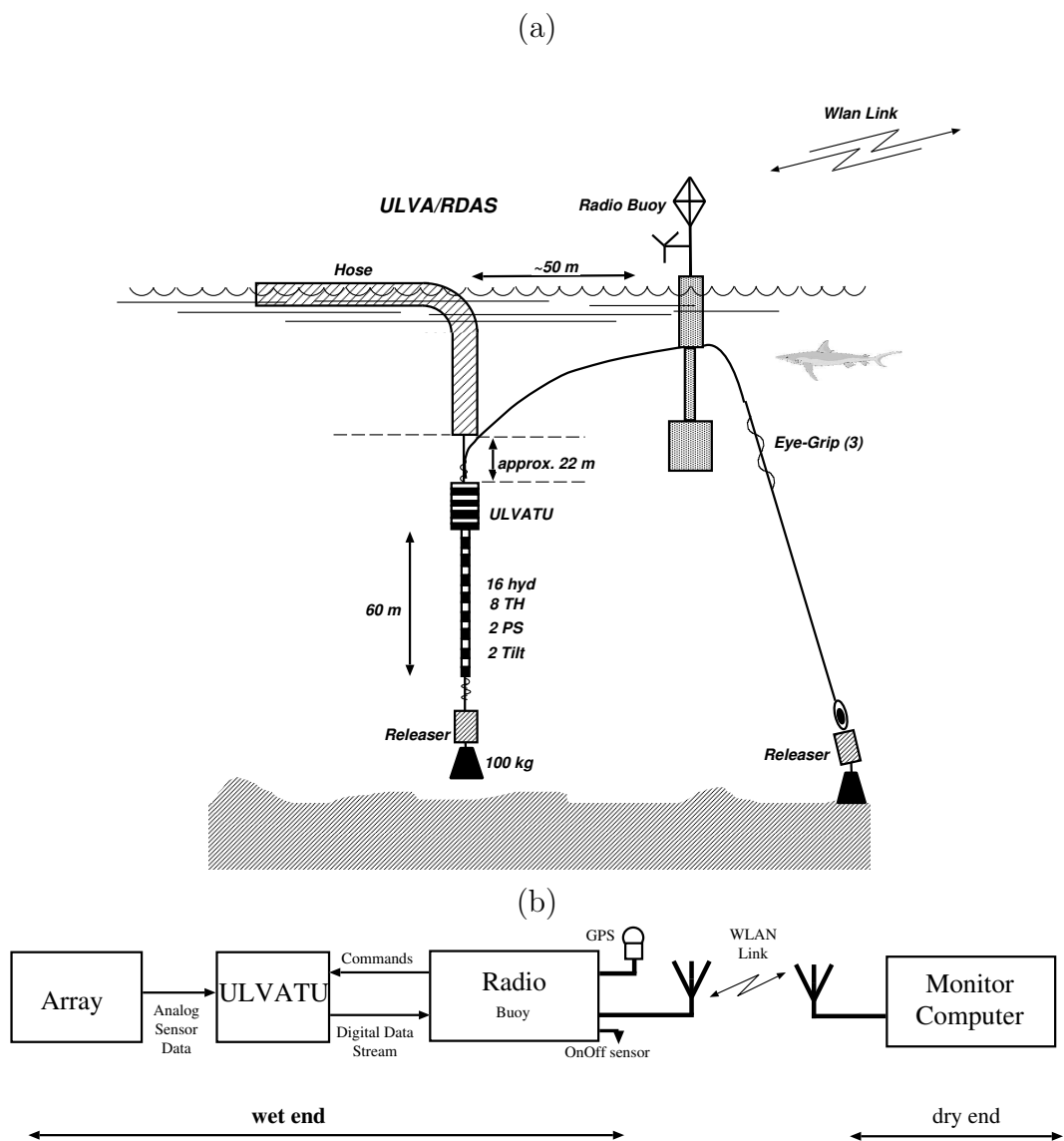


Figura 1: a)Esboço de uma configuração do ULVA/RDAS ancorado;  
b)Diagrama de blocos do ULVA/RDAS

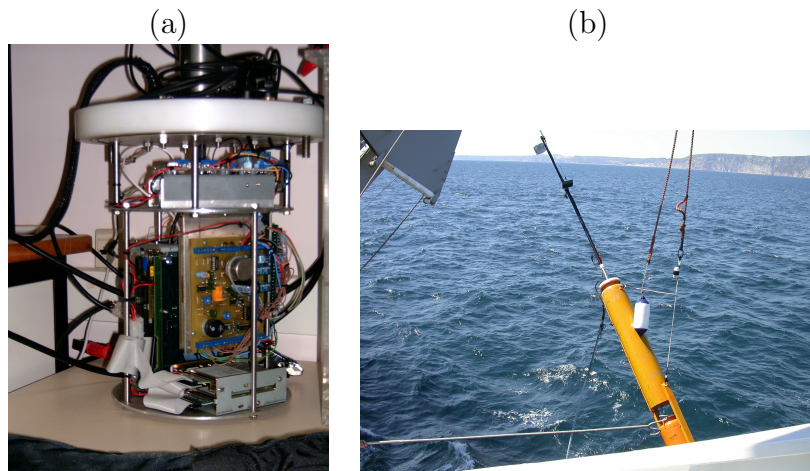


Figura 2: ULVA/RDAS: a) Vista da electrónica da bóia rádio; b) Largada da bóia durante a campanha MREA'04

tecnologias permitem integrar de uma forma transparente vários sistemas de aquisição em rede. O modo de operação em rede de sistemas de tomografia está presentemente a ser testado pelo SiPLAB, em que um dos nós da rede é constituído pelo sistema ULVA/RDAS e o outro por um sistema ligeiro de aquisição de dados acústicos e de temperatura denominado AOB [3], o qual foi integralmente desenvolvido no laboratório. O computador de controlo que normalmente estará instalado num navio e que poderá aceder a todos os sistemas de aquisição no mar, permite controlar remotamente os sistemas, verificar o seu estado e monitorizar os dados adquiridos.

Do ponto de vista das aplicações tomográficas o sistema, em relação ao sistema ULVA original, o sistema ULVA/RDAS foi ainda melhorado pela inclusão de um GPS na bóia rádio, o que permite conhecer em cada momento a posição desta com elevada precisão e por um sistema de sincronização que marca agora os dados imediatamente na aquisição, e não remotamente como acontecia anteriormente.

Na figura 2a) podemos observar um aspecto da electrónica da nova bóia rádio, e na figura 2b) um aspecto do largada da ULVA/RDAS obtida durante a campanha MREA'04<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>/[www.ualg.pt/siplab](http://www.ualg.pt/siplab)

### 3 Modelo de integração de dados acústicos e medições *in-situ*

O modelo de integração de dados acústicos e medições *in-situ*, desenvolvido seguidamente, assenta num método de inversão linear, que se baseia numa técnica de discretização espacial da tomografia acústica clássica, denominada tomografia por tempos de chegadas, ao qual é acrescentada informação obtida por medições *in-situ*. Uma vez que, a informação inferida directamente da tomografia por tempos de chegada são perturbações da velocidade do som, estas dependem essencialmente de perturbações da temperatura e existem formulas de relacionar estas duas grandezas (vide apêndice A), na formulação seguinte referenciaremos exclusivamente, sem prejuízo de generalização, a velocidade do som.

#### 3.1 Tomografia por Tempos de Chegadas (TTC)

##### 3.1.1 Equação básica

A tomografia clássica por tempos de chegada (TTC) é baseada num modelo de raios (vide apêndice B) de propagação do som no oceano. Esta tem por princípio que, uma perturbação do perfil de som da coluna de água  $\delta c(z)$  provoca uma perturbação do tempo de propagação  $\delta \tau_i$ , na chegada  $i$ , observada num determinado hidrofone. Considerando que a trajectória da chegada perturbada é idêntica à da chegada não perturbada, notada como  $\Gamma_i$ , então segundo [4] podemos escrever:

$$\delta \tau_i = - \int_{\Gamma_i} \frac{\delta c(z)}{c_0^2(z)} ds, \quad (1)$$

onde  $c_0(z)$  representa o perfil de som base, ou seja não perturbado. Esta equação pode ser discretizada em profundidade, considerando-se perturbações médias por camada. Assim, sendo  $\delta c_j$ ,  $j = 1, \dots, M$  a perturbação média na camada  $j$  e no pressuposto que conseguimos identificar  $N$  chegadas no receptor, então podemos escrever o sistema linear:

$$\delta \boldsymbol{\tau} = \mathbf{E} \delta \mathbf{c} + \mathbf{n}, \quad (2)$$

em que  $\delta \boldsymbol{\tau} = [\delta \tau_1, \dots, \delta \tau_i, \dots, \delta \tau_N]^T$ ,  $\delta \mathbf{c} = [\delta c_1, \dots, \delta c_i, \dots, \delta c_M]^T$ . O elemento  $e_{ij}$ , da matrix  $\mathbf{E}$  de dimensão  $N \times M$ , é dado por

$$e_{i,j} = - \int_{\Gamma_i} \frac{\phi(s, j)}{c_0^2(z)} ds, \quad (3)$$

sendo  $\phi(s, j)$  uma função porta, a qual toma o valor um nas secções da trajectória  $s$  contidas na camada  $j$  e zero nas outras. O ruído é representado por  $\mathbf{n}$ . Note-se que cada linha do sistema está associado a uma chegada individual. Até ao momento subentendeu-se, que temos um emissor, um receptor, um canal onde ocorrem caminhos múltiplos de propagação (*multi-path*) e que conseguimos identificar  $N$  chegadas. No caso de existirem mais receptores/emissores, e desse modo mais chegadas identificadas, podemos simplesmente aumentar o sistema (2):  $N$  passa agora a ser o número total de chegadas identificadas em todos os conjuntos emissor/receptor. Evidentemente o número de camadas não é alterado, assim como se considerará que o canal observado é o mesmo para todos os conjuntos emissor/receptor. O sistema (2) é, na maioria dos casos de interesse, indeterminado podendo utilizar-se várias técnicas para a sua resolução (vide por exemplo [4]).

### 3.1.2 Regularização

Frequentemente existe alguma informação *a priori* sobre o ambiente, a qual pode ser utilizada para diminuir os graus de liberdade de (2) constrangido, dentro do possível, as soluções encontradas às "fisicamente" aceitáveis.

Especialmente atraentes são os constrangimentos impostos a  $\delta\mathbf{c}$  que se possam expressar sob a forma

$$\delta\mathbf{c} = \mathbf{H}\boldsymbol{\alpha}, \quad (4)$$

onde  $\boldsymbol{\alpha}$  é o vector de coeficientes  $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_L]^T$ ,  $L$  é o número de coeficientes e  $\mathbf{H}$  é uma matriz de dimensão  $M \times L$ . O sistema (2) pode então ser reescrito como

$$\delta\boldsymbol{\tau} = \mathbf{E}_r\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n}_r, \text{ onde } \mathbf{E}_r = \mathbf{E}\mathbf{H}. \quad (5)$$

A esta transformação designa-se regularização [5] e é de interesse quando  $L \ll M$ . O vector de ruído  $\mathbf{n}_r$  deverá englobar o erro que ocorre na transformação.

Na prática utilizam-se geralmente Funções Empíricas Ortogonais (vide apêndice A) para realizar a regularização do sistema (2), porque permitem exprimir as perturbações da velocidade do som nas diferentes camadas, utilizando um número reduzido de coeficientes, tipicamente de 2 a 5 coeficientes, com um pequeno erro.

O sistema (5) pode ser invertido pelo método dos mínimos quadráticos [4, 6]. Assim, temos que as estimativas dos coeficientes das EOFs  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ , são dadas por

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = (\mathbf{E}_r^T \mathbf{E}_r)^{-1} \mathbf{E}_r^T \boldsymbol{\tau}. \quad (6)$$



Para além da estimativa do campo, é importante determinar a sua "incerteza", dada pela covariância do erro  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{P} = \sigma_{nr}^2 (\mathbf{E}_r^T \mathbf{E}_r)^{-1}. \quad (7)$$

Esta fórmula é válida para o caso de ruído não ser correlado, ou seja se a sua matriz de covariância for dada por  $\mathbf{R}_{nr} = E[\mathbf{n}\mathbf{n}^T] = \sigma_{nr}^2 \mathbf{I}$ .

### 3.1.3 Estimar perturbações de $c$ no plano horizontal

A técnica descrita na secção anterior permite estimar as perturbações médias ocorridas numa camada - a discretização de (1) realizou-se na vertical. Todavia no oceano ocorrem fenómenos tais como frentes, *eddies*, ondas internas, que originam dependências importantes da velocidade do som em função da posição. Neste casos devemos considerar  $c(z, r)$  e não simplesmente  $c(z)$ . Uma abordagem possível ao problema passa pela discretização da equação (1) também no plano horizontal. Consideremos então que discretizamos a área de interesse em  $K$  células, e que cada uma dessas células é caracterizada por um vector perturbação do campo acústico. No caso de célula  $k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , teremos  $\mathbf{c}_k = [c_{k,1}, \dots, c_{k,M}]^T$ . Recorde-se que  $M$  é o número de camadas que se considera. Deste modo podemos escrever um sistema equivalente a (2), em que  $\boldsymbol{\delta\tau}$  é o vector de perturbações do tempo de todas as chegadas identificadas,  $\boldsymbol{\delta c}$  é a concatenação dos diferentes vectores de perturbação do campo acústico  $\boldsymbol{\delta c}_k$ , e a matriz  $\mathbf{E}$  tem  $N$  linhas e  $M \times K$  colunas:

$$\boldsymbol{\delta\tau} = \begin{bmatrix} \delta\tau_1 \\ \vdots \\ \delta\tau_i \\ \vdots \\ \delta\tau_N \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\delta c} = \begin{bmatrix} \delta c_{1,1} \\ \vdots \\ \delta c_{1,M} \\ \vdots \\ \delta c_{k,1} \\ \vdots \\ \delta c_{k,M} \\ \vdots \\ \delta c_{K,1} \\ \vdots \\ \delta c_{K,M} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_i \\ \vdots \\ n_N \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_{1,1}^{(1)} & \cdots & e_{1,M}^{(1)} & \cdots & e_{k,1}^{(1)} & \cdots & e_{k,M}^{(1)} & \cdots & e_{K,1}^{(1)} & \cdots & e_{K,M}^{(1)} \\ & & & & & \vdots & & & & & \\ e_{1,1}^{(i)} & \cdots & e_{1,M}^{(i)} & \cdots & e_{k,1}^{(i)} & \cdots & e_{k,M}^{(i)} & \cdots & e_{K,1}^{(i)} & \cdots & e_{K,M}^{(i)} \\ & & & & & \vdots & & & & & \\ e_{1,1}^{(N)} & \cdots & e_{1,M}^{(N)} & \cdots & e_{k,1}^{(N)} & \cdots & e_{k,M}^{(N)} & \cdots & e_{K,1}^{(N)} & \cdots & e_{K,M}^{(N)} \end{bmatrix}.$$

Se considerarmos que a função  $\phi(s, j, k)$  toma o valor um na secção da trajectória  $s$  contida na camada  $j$  da célula horizontal  $k$  e o valor zero em qualquer outro lugar, então podemos exprimir  $e_{k,j}^{(i)}$  como

$$e_{k,j}^{(i)} = - \int_{\Gamma_i} \frac{\phi(s, k, j)}{c_0^2(z, r)} ds. \quad (9)$$

O sistema de equações resultante também é passível de ser regularizado. Utilizando uma abordagem semelhante à aplicada em 3.1.2, agora para cada célula que cobre a coluna de água num determinado lugar do plano horizontal, temos

$$\delta \mathbf{c}_k = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\alpha}_k. \quad (10)$$

Teoricamente, podemos utilizar bases diferentes para exprimir as perturbações do campo acústico nos diferentes lugares do plano horizontal. Na prática, a informação *a priori* é limitada, porque normalmente é deduzida de medições *in-situ* com fraca cobertura espacial, por isso considera-se que  $\mathbf{H}_k$  é o mesmo para todas as células e nota-se simplesmente  $\mathbf{H}_0$ . Assim, o equivalente à expressão (5) que considera também a discretização no plano horizontal é dada por

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_0 \dots \mathbf{H}_0 \dots \mathbf{H}_0], \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} \\ \vdots \\ \alpha_{1,L} \\ \vdots \\ \alpha_{k,1} \\ \vdots \\ \alpha_{k,L} \\ \vdots \\ \alpha_{K,1} \\ \vdots \\ \alpha_{K,L} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

As dimensões de  $\mathbf{H}$  são neste caso:  $M$  linhas e  $K \times L$  colunas. Para o vector ruído  $\mathbf{n}_r$  é válido aquilo que se disse em 3.1.2.

O sistema resultante tem a mesma estrutura que (5) e pode ser de igual modo invertido pelo método dos mínimos quadráticos.

### 3.2 Integração de dados acústico e não acústicos

Na secção anterior abordamos o tema do mapeamento espacial das perturbações do campo acústico a partir de medições acústicas. Nas estimativas, a utilização de dados não acústicos, nomeadamente aqueles que são adquiridos simultaneamente com os acústicos, não é utilizada – as EOFs podem ser deduzidas de dados de arquivo. É normal, durante a aquisição de dados acústicos realizar também algumas medições *in-situ*, as quais podem potencialmente ser integradas no processo de mapeamento, esperando-se desta forma reduzir os erros, ou num sentido mais restrito a variância do erro. Partindo do princípio, que estamos interessados nas perturbações do campo acústico em relação à média, e que essas perturbações estão disponíveis para cada medição *in-situ*, temos então que as perturbações medidas  $\delta\mathbf{c}_{s,m}$  estão relacionadas com os valores do campo  $\delta\mathbf{c}_s$  pelo sistema

$$\delta\mathbf{c}_s = \delta\mathbf{c}_{s,m} + \mathbf{n}_s, \quad (12)$$

onde  $\mathbf{n}_s$  representa o ruído de medição. Este sistema pode ser acoplado ao modelo de TTC descrito em 3.1.3 dando origem a

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{c}_s \\ \delta\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s & \mathbf{0}_s \\ \mathbf{0}_\tau & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{c}_m \\ \delta\mathbf{c}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_s \\ \mathbf{n}_a \end{bmatrix}. \quad (13)$$

A matriz identidade  $\mathbf{I}_s$  e as matrizes nulas  $\mathbf{0}_s$  e  $\mathbf{0}_\tau$  têm as dimensões necessárias à consistência do sistema. As perturbações  $\delta\mathbf{c}_i$  são aquelas dos pontos de interesse, ou seja aqueles que pretendemos calcular no mapeamento. O ruído associado às medições acústicas é representado por  $\mathbf{n}_a$ .

O sistema (13) pode ser regularizado, obtendo-se então

$$\begin{bmatrix} \alpha_s \\ \delta\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{r,s} & \mathbf{0}_{r,s} \\ \mathbf{0}_{r,\tau} & \mathbf{E}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_m \\ \alpha_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{r,s} \\ \mathbf{n}_{r,a} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

#### 3.2.1 Inversão utilizando o método de Gauss–Markov

Os sistemas (13) e (14) são lineares de forma genérica  $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ . Utilizando o método de Gauss–Markov de minimização da diferença entre os valores reais  $\mathbf{x}$  e as estimativas  $\hat{\mathbf{x}}$ , i.e., minimizando a diagonal de  $\mathbf{P} \equiv \langle (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T \rangle$  e exprimindo  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{B}\mathbf{y}$  obtemos [4]

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}_x \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{R}_x \mathbf{A}^T + \mathbf{R}_n)^{-1}, \quad (15)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_x - (\mathbf{R}_x \mathbf{A}^T) (\mathbf{A} \mathbf{R}_x \mathbf{A}^T + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_x, \quad (16)$$

onde  $\mathbf{R}_x$ ,  $\mathbf{R}_n$  são as matrizes de autocorrelação de  $\mathbf{x}$  e do ruído  $\mathbf{n}$ , respectivamente.

Considerando, que os sistemas (13) e (14) têm uma componente relacionada com as medidas acústicas e outra com as medidas não acústicas, torna-se conveniente escrever as matrizes  $\mathbf{R}_x$  e  $\mathbf{R}_n$  de forma a espelharem essa realidade. Assim, temos que  $\mathbf{R}_x$  é dada por

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m & \mathbf{R}_{mi} \\ \mathbf{R}_{mi}^T & \mathbf{R}_i \end{bmatrix}, \quad (17)$$

sendo que  $\mathbf{R}_m$  é a matriz de correlação do campo onde se realizam medidas não acústicas,  $\mathbf{R}_i$  é a matriz de correlação do campo nos locais que se pretendem incluir no mapeamento e  $\mathbf{R}_{mi}$  é a matriz das correlações cruzadas. Por sua vez a matriz de correlação do ruído  $\mathbf{R}_n$  pode ser expressa por

$$\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{n,s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{n,a} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

onde  $\mathbf{R}_{n,s}$  é a matriz de correlação do ruído associado às medidas não acústicas,  $\mathbf{R}_{n,a}$  é a matriz de correlação do ruído associado às medidas acústicas, e considera-se que estas duas componentes do ruído são descorrelacionadas. Torna-se evidente, que o acoplamento entre a componente acústica e não acústica do sistema é dada por  $\mathbf{R}_{mi}$ . O não conhecimento desta componente da matriz de correlação implica que o sistema (13) (ou (14)) seja resolvido como dois sistemas independentes.

### 3.2.2 Mapeamento exclusivamente com dados não acústicos

O mapeamento de um campo utilizando dados medidos *in-situ* é frequentemente utilizado em oceanografia e compreende um conjunto de técnicas genericamente designadas por *objective analysis*. A aplicação dos métodos de estimativa de Gauss-Markov anteriormente descritos exclusivamente aos dados não acústicos permite obter um mapeamento desse tipo. No caso de considerarmos directamente as estimativas das perturbações podemos escrever

$$\begin{bmatrix} \hat{\delta \mathbf{c}}_s \\ \hat{\delta \mathbf{c}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m \\ \mathbf{R}_{mi}^T \end{bmatrix} (\mathbf{R}_m + \mathbf{R}_{n,s})^{-1} \delta \mathbf{c}_m, \quad (19)$$

e

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_x - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m \\ \mathbf{R}_{mi}^T \end{bmatrix} (\mathbf{R}_m + \mathbf{R}_{n,s})^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m \\ \mathbf{R}_{mi}^T \end{bmatrix}^T, \quad (20)$$

onde  $\hat{\delta \mathbf{c}}_s$  são as estimativas da perturbação nos locais em que os dados foram adquiridos, e  $\hat{\delta \mathbf{c}}_i$  são as estimativas nos pontos da grelha de discretização.

### 3.2.3 Mapeamento exclusivamente com dados acústicos

Existindo só dados acústicos, podemos também obter um mapeamento tendo como base a parte do sistema (13) ou (14) referentes à acústica. As estimativas, para o caso de se considerarem directamente as perturbações, são dadas por

$$\hat{\delta c}_i = (\mathbf{R}_i \mathbf{E}^T) (\mathbf{E} \mathbf{R}_i \mathbf{E}^T + \mathbf{R}_{n,a})^{-1} \delta \tau, \quad (21)$$

e

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_i - (\mathbf{R}_i \mathbf{E}^T) (\mathbf{E} \mathbf{R}_i \mathbf{E}^T + \mathbf{R}_{n,a})^{-1} \mathbf{E} \mathbf{R}_i. \quad (22)$$

### 3.2.4 As matrizes de correlação do campo acústico

A inversão utilizando Gauss-Markov pressupõe o conhecimento da matriz de autocorrelação do campo  $\mathbf{R}_x$ . Essa matriz na generalidade dos casos não é conhecida. Em oceanografia, nomeadamente em análise objectiva é vulgarmente aceite que, a função de correlação da perturbação campo acústico decaia exponencialmente com a distância e com o tempo. Carter e Robinson [7, 8] propuseram a utilização de uma gaussiana modificada para a determinação do coeficiente de correlação entre dois pontos de coordenadas  $(x_1, y_1, z_1, t_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2, t_2)$  do campo acústico caracterizado pelo intervalo de correlação  $T$  e pelas distâncias de correlação  $L_x, L_y, L_z$ ,

$$\rho_{\delta c}(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t) = \left[ 1 - \left( \frac{\Delta t}{T} \right)^2 \right] e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\Delta x}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{\Delta y}{L_y} \right)^2 + \left( \frac{\Delta z}{L_z} \right)^2 + \left( \frac{\Delta t}{T} \right)^2 \right]}, \quad (23)$$

sendo que  $\Delta x = x_1 - x_2, \Delta y = y_1 - y_2, \Delta z = z_1 - z_2$  e  $\Delta t = t_1 - t_2$ . A matriz  $\mathbf{R}_x$  para o caso em que se invertam directamente as perturbações do campo acústico que designamos por  $\mathbf{R}_{\delta c}$  toma então a forma

$$[\mathbf{R}_x]_{ij} = [\mathbf{R}_{\delta c}]_{ij} = \sigma_{\delta c}^2 \rho_{\delta c}(x_i - x_j, y_i - y_j, z_i - z_j, 0), \quad (24)$$

onde  $\sigma_{\delta c}^2$  é a variância das perturbações do campo acústico, o qual tem de ser estimado previamente. No caso presente, e por coerência com o anteriormente exposto considera-se que só estamos interessados num instante, assim  $\Delta t = 0$ . Convém também chamar a atenção para o facto das distâncias de correlação  $L_x, L_y$  e  $L_z$  terem de ser estimadas *a priori*.

Para inverter o sistema regularizado necessitamos da matriz de correlação de  $\boldsymbol{\alpha}$ . Considerando que  $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{G} \delta \mathbf{c} + \boldsymbol{\epsilon}$ , em que  $\boldsymbol{\epsilon}$  representa um erro de média 0 e estatística gaussiana, então a matriz de correlação  $\mathbf{R}_\alpha$  é dada por

$$\mathbf{R}_\alpha = \mathbf{G} \mathbf{R}_{\delta c} \mathbf{G}^T. \quad (25)$$

Note-se, que  $\mathbf{G}$  é a matriz de projecção de  $\delta \mathbf{c}$  em  $\boldsymbol{\alpha}$  e que no caso das colunas de  $\mathbf{H}$  serem ortonormais verifica-se que  $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T$ .

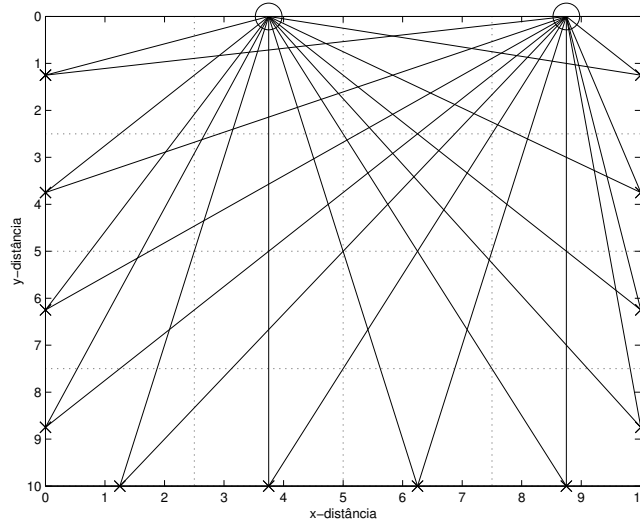


Figura 3: Caminhos de propagação acústica considerados para um sistema com uma fonte que se desloca entre vários pontos (representados por  $\times$ ) do lado de um quadrado e duas cadeias fixas( $\circ$ )

## 4 Simulação de mapeamento espacial de uma perturbação com uma fonte rebocada

Nesta secção apresentamos os resultados da aplicação do método anteriormente desenvolvido a uma situação simulada de perturbação espacial da velocidade do som, representada em cada ponto por duas EOFs. Neste exemplo considera-se que a perturbação é estacionária e que o sistema de observação acústica consiste em duas cadeias de hidrofones ancoradas e uma fonte rebocada que se desloca entre várias estações. Este sistema de observação pode ser facilmente implementado com os meios disponíveis no SiPLAB.

A figura 3 ilustra os caminhos de propagação que se podem considerar num tal sistema, supondo que as cadeia de hidrofones estão localizadas nas posições simbolizadas por  $\circ$  e a fonte emite em vários pontos dos lados do quadrado de observação representados por um  $\times$ .

A figura 5 apresenta a perturbação espacial simulada, representada em cada célula por dois coeficientes de EOFs. Neste caso utilizaram-se as EOFs observadas na campanha INTIMATE'98 (vide apêndice A e [9]).

Na figura 5 encontramos os resultados da inversão da perturbação pelo método de Gauss-Markov, considerando dados acústicos e medições *in-situ*. No referente à geometria da experiência, considerou-se que as cadeias de

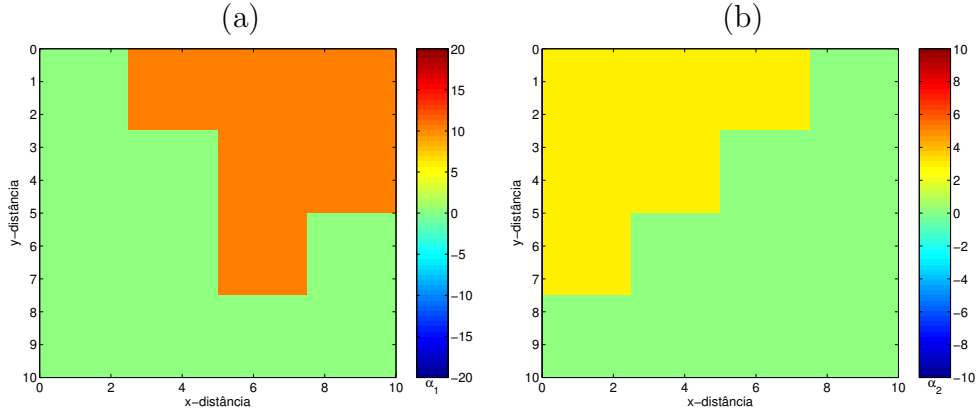


Figura 4: Valores da perturbação simulada: coeficientes da primeira EOF ( $\alpha_1$ ) a), e da segunda EOF ( $\alpha_2$ ) b)

hidrofones eram constituídas por 4 hidrofones às profundidades de 74 m, 84 m, 94 m e 104 m e que a fonte estava a uma profundidade de 74 m. A altura da coluna de água é de 146 m. As 5 medições *in-situ* foram realizadas nas posições assinaladas por "\*" na figura 5.

Os parâmetros relacionados com a definição das matrizes de ruído e de correlação do campo de velocidades do som estão definidos na tabela 1. Estes valores foram considerados representativos para a campanha INTIMATE'98.

| Parâmetro | $L_x$ (m) | $L_y$ (m) | $\sigma_{\delta c}$ (ms <sup>-1</sup> ) | $\sigma_{\tilde{\alpha}}$ (ms <sup>-1</sup> ) | $\sigma_{\delta \tau}$ (s) |
|-----------|-----------|-----------|---|---|----------------------------|
| Valor     | 2500      | 2500      | 3                                       | 0.05  | 0.0001                     |

Tabela 1: Valores de alguns parâmetros utilizados na inversão.

Da análise destes resultados, podemos dizer que a estrutura da perturbação é bem resolvida, especialmente no que se refere à primeira EOF, sendo pior resolvida no caso da segunda EOF. Tal facto compreende-se por à primeira EOF estar associada mais energia do que à segunda. Por seu lado torna-se evidente da figura 6, onde se apresentam os resultados quando se recorre unicamente às medições *in-situ*, que estas não resolvem a estrutura da perturbação.

## 5 Conclusões

Neste trabalho desenvolvemos um método para inverter uma perturbação espacial do campo velocidade do som/temperatura por integração de dados

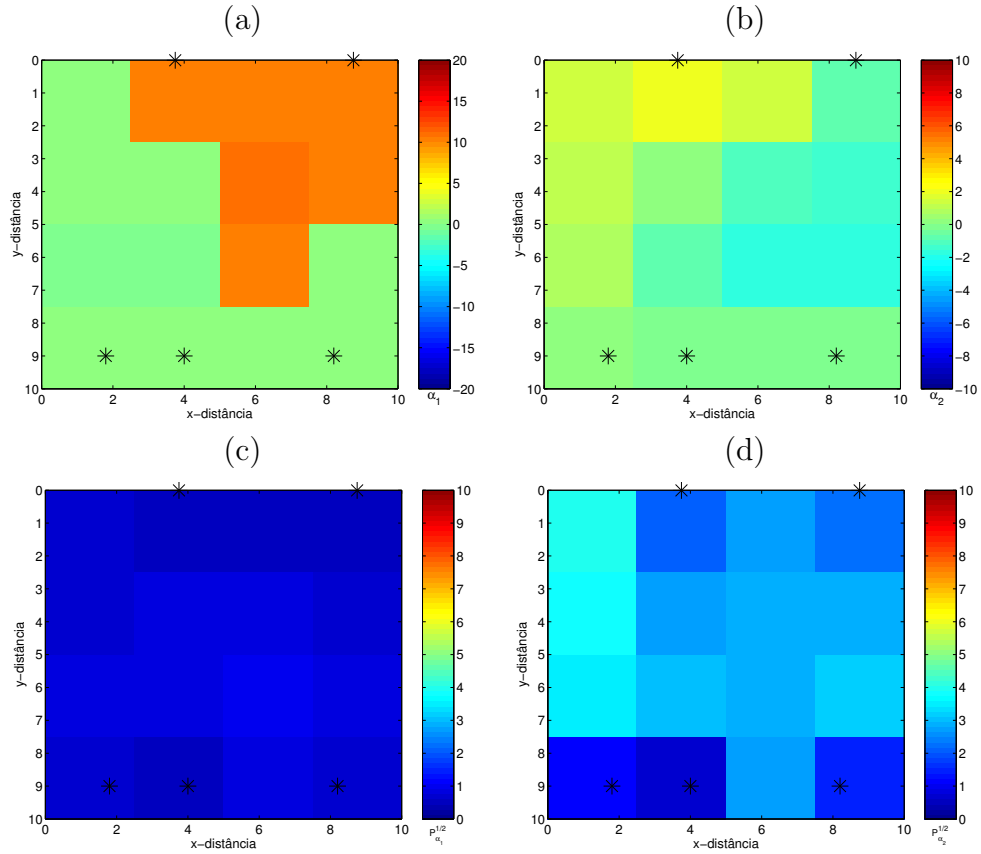


Figura 5: Inversão de uma frente baseado num sistema com fonte rebocada e 2 cadeias de hidrofones. Resultados da inversão pelo método de Gauss-Markov: primeiro coeficiente da EOF ( $\alpha_1$ ) a), e estimativa do desvio padrão do erro ( $P_{\alpha_1}^{1/2}$ ) c); segundo coeficiente da ( $\alpha_2$ ) b), e estimativa do desvio padrão do erro ( $P_{\alpha_2}^{1/2}$ ) d). Os pontos assinalados a ”\*” representam medições *in-situ*.



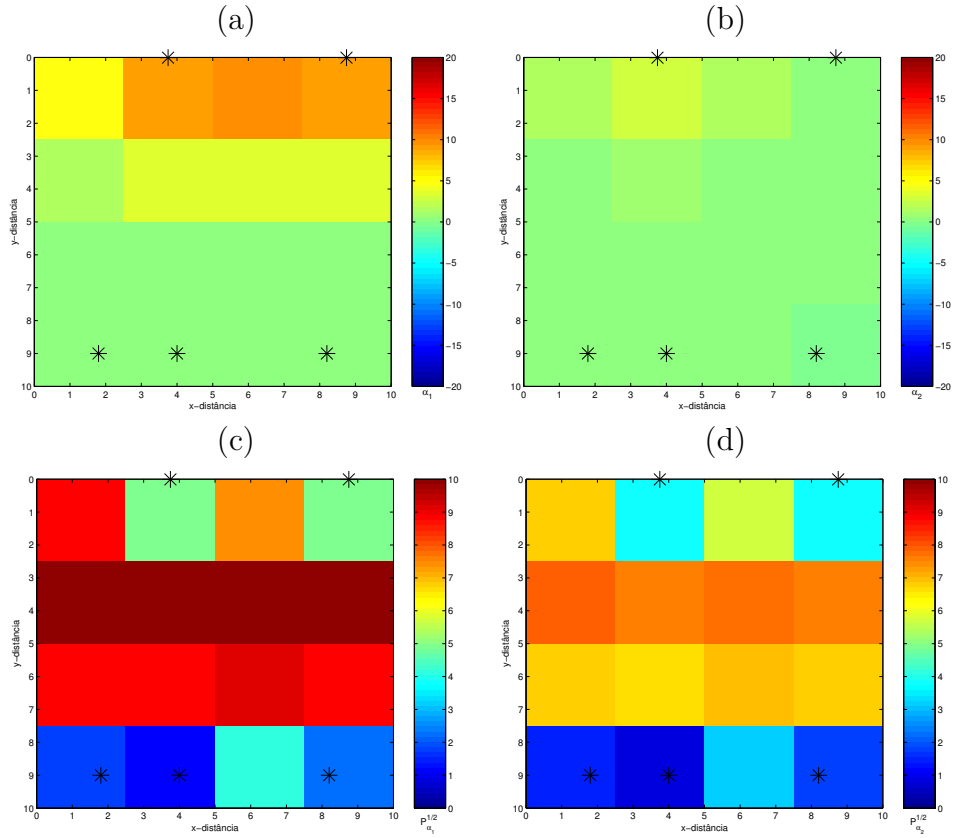


Figura 6: Resultados do mapeamento a partir das medições *in-situ* exclusivamente: primeiro coeficiente da EOF ( $\alpha_1$ ) a), e estimativa do desvio padrão do erro ( $P_{\alpha_1}^{1/2}$ ) c); segundo coeficiente da ( $\alpha_2$ ) b), e estimativa do desvio padrão do erro ( $P_{\alpha_2}^{1/2}$ ) d). Os pontos assinalados a ”\*” representam medições *in-situ*.

acústicos e medições *in-situ*. A aplicação do método a um caso simulado revelou, como seria esperado, que os resultados obtidos pela integração simultânea dos dois conjuntos de dados são de melhor qualidade do que os obtidos a partir de cada conjunto de dados separadamente. O método proposto para além de uma estimativa da distribuição espacial da perturbação, fornece também uma estimativa da distribuição espacial do erro. Uma vez que o método permite utilizar os dois conjuntos de dados separadamente, podemos facilmente analisar a contribuição de cada conjunto de dados no resultado final. Tal facto pode ser utilizado no planeamento das campanhas, de modo a otimizar a distribuição dos recursos.

O exemplo de aplicação apresentado, mostra que também que o método desenvolvido pode ser aplicado com os equipamentos e configurações disponíveis.

## A A velocidade do som no oceano

O conhecimento velocidade do som é um factor determinante para a aplicação e estudo da propagação de ondas acústicas no oceano. Várias fórmulas, que relacionam a velocidade do som com parâmetros físico-químicos, foram deduzidas ao longo dos tempos a partir de dados experimentais e considerações teóricas. Uma destas fórmulas simplificadas [10, 11, 12, 13], é dada por

$$c = 1449.2 + 4.6T - 0.055T^2 + 0.00029T^3 + (1.34 - 0.01T)(S - 35) + 0.016z, \quad (26)$$

onde  $c$  é velocidade do som na água expressa em  $\text{ms}^{-1}$ ,  $T$  é a temperatura em graus Celsius,  $S$  é a salinidade em permilagem e  $z$  é a profundidade em metros. Da formula anterior observa-se que as perturbações da velocidade do som dependem essencialmente das perturbações da temperatura, sendo o termo linear o mais importante.

O oceano é um meio estratificado em profundidade, pelo que se torna importante conhecer a velocidade do som ao longo da coluna de água, o que chamamos perfil de velocidade. A figura 7 representa os perfis de velocidade, adquiridos por um CTD durante a campanha INTIMATE'98[14, 9].

### A.1 As funções empíricas ortogonais - EOF

As funções empíricas ortogonais (EOF - *Empirical Orthogonal Functions*), ou modos empíricos, são uma forma de representar perfis, ou seja a dependência em profundidade, de grandezas oceanográficas tais como temperatura, salinidade, correntes e velocidade do som. Embora este método tenha a sua origem na oceanografia [15, 16], tem sido frequentemente utilizado em

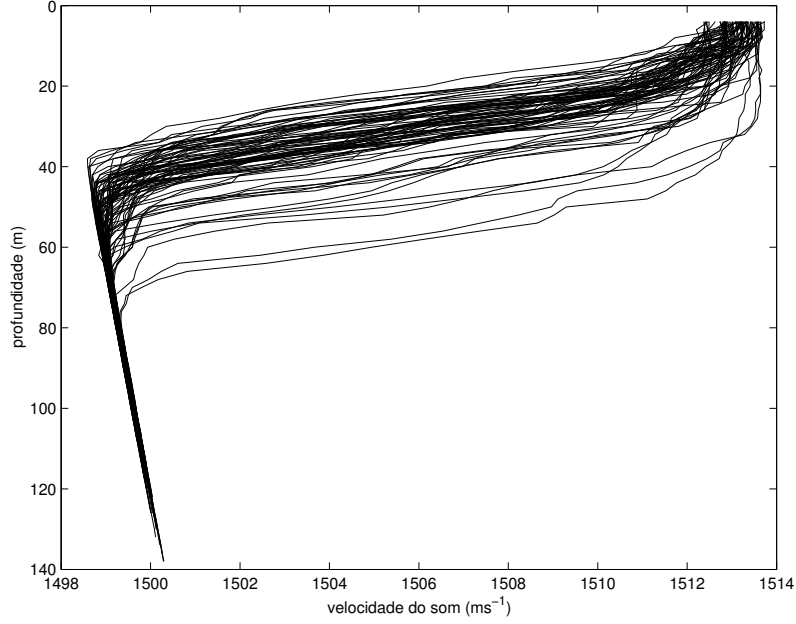


Figura 7: Perfis de temperatura observados durante a campanha INTIMATE'98

acústica submarina [17, 18, 19]. Partindo das EOFs, um perfil é dado por uma combinação linear de funções ortogonais. Estas são calculadas a partir de amostras representativas para aquele local e período de tempo da grandeza de interesse, as quais poderão ser obtidas de dados de arquivo ou de medições efectuadas.

Assim, por exemplo, a velocidade do som  $c(z_i)$ , sendo  $z_i (i = 1, 2, \dots, D)$  uma profundidade discreta, é dada por:

$$c(z_i) = c_0(z_i) + \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n(z_i), \quad (27)$$

onde  $c_0(z_i)$  é a velocidade média do som das amostras consideradas,  $\alpha_n$  é o coeficiente da EOF  $f_n(z_i)$  e  $N$  é o número de EOFs.

As EOF  $\mathbf{f}_n = [f_n(z_1), f_n(z_2), \dots, f_n(z_D)]^T$  são os vectores próprios da matriz de covariância  $\mathbf{R}$ , de  $M$  perfis de velocidade do som  $\mathbf{c}^m = [c^m(z_1), c^m(z_2), \dots, c^m(z_D)]$ ;  $m = 1, \dots, M$  dos quais o perfil  $\mathbf{c}_0$  é a sua média

$$\mathbf{R} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\mathbf{c}^m - \mathbf{c}_0)(\mathbf{c}^m - \mathbf{c}_0)^T. \quad (28)$$

A vantagem da utilização de EOFs advém do facto de serem suficientes só algumas EOFs, 2 ou 3 na maioria dos casos, para representar os perfis com um erro aceitável [19].

Do conjunto de vectores próprios, resultantes da decomposição da matriz  $\mathbf{R}$ , são escolhidos aqueles que estejam associados à maior energia (maiores quadrados dos valores próprios), por estes "captarem" as variações mais significativas. Uma forma de estimar o número  $N$  de EOFs a utilizar na representação dos perfis é dada pela expressão

$$N = \min_J \left\{ \frac{\sum_{j=1}^J \lambda_j^2}{\sum_{j=1}^K \lambda_j^2} \times 100 \geq v \right\}. \quad (29)$$

Nesta expressão  $\lambda_j$  é o valor próprio associado à EOF  $f_j$  ( $\lambda_1^2 > \lambda_2^2 > \lambda_3^2 > \dots$ ),  $K$  é o número de vectores próprios da decomposição, e  $v$  representa a variância que pretendemos que seja "captada" pelas EOFs (em percentagem).

Para completar, refira-se que dado o perfil de velocidade  $\mathbf{c}$ , o valor do coeficiente  $\alpha_n$  da expansão (27) é obtido por

$$\alpha_n = (\mathbf{c} - \mathbf{c}_0)^T \mathbf{f}_n. \quad (30)$$

Para outros campos de interesse, por exemplo a temperatura, a técnica de representação por EOFs é idêntica.

A figuras seguinte apresenta os perfis médios e as duas primeiras EOFs obtidas dos perfis adquiridos durante a campanha INTIMATE'98 [14, 9] por CTDs em 3 locais distintos.

## B O modelo de raios

O modelo de raios é um modelo clássico utilizado para estudar a propagação do som em meio submarino. Este é uma transposição da teoria dos raios, conhecida da óptica. Na teoria dos raios, as trajectórias destes são governadas pela lei de *Snell*, sendo que em acústica submarina o índice de refração é substituído pela velocidade do som. Discretizando o perfil de som de modo a que a velocidade se possa considerar constante dentro de cada camada, facilmente se obtém um diagrama de raios, o qual nos dá uma "imagem" da propagação do som num determinado ambiente.

Os modelos baseados na teoria dos raios, para além de uma "imagem" qualitativa da propagação do som, também podem estimar a sua intensidade num determinado ponto [10, 13]. As soluções encontradas pelos modelos de raios são aplicáveis a ambientes em que a profundidade da coluna de água seja muito maior que o comprimento de onda do sinal utilizado, e onde não ocorram

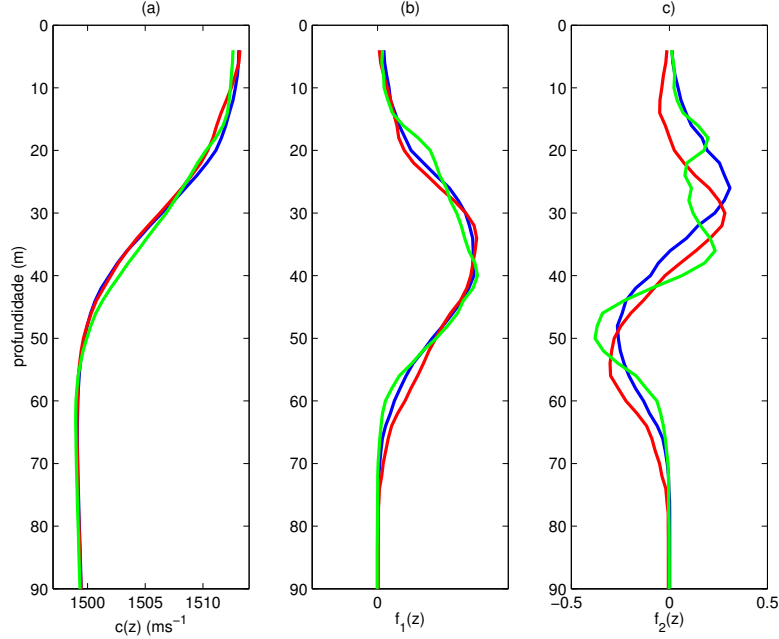


Figura 8: Perfis de médios de temperatura a), primeira EOF b) e segunda EOF c) obtida de medições realizadas por 3 CTDs

variações significativas da velocidade em distâncias iguais ou inferiores a esse mesmo comprimento de onda.

Um conceito importante associado aos modelos de raios é o de raios próprios, que é o conjunto de raios que ligam um emissor e um receptor pontual. Cada um desses raios representa do ponto de vista do receptor uma chegada, caracterizado por um tempo de propagação, denominado por tempo de chegada  $\tau$ , o qual é dado pelo integral

$$\tau = \int_{\Gamma} \frac{ds}{c}, \quad (31)$$

onde  $\Gamma$  é a trajectória do raio.

A figura 9 apresenta um diagrama com os raios próprios b), que num ambiente, caracterizado pelo perfil de velocidade em a), conectam uma fonte à profundidade de 70 m com um receptor à profundidade de 100 m a uma distância de 3000 m. Em c) está representado um diagrama com o tempo das diferentes chegadas.

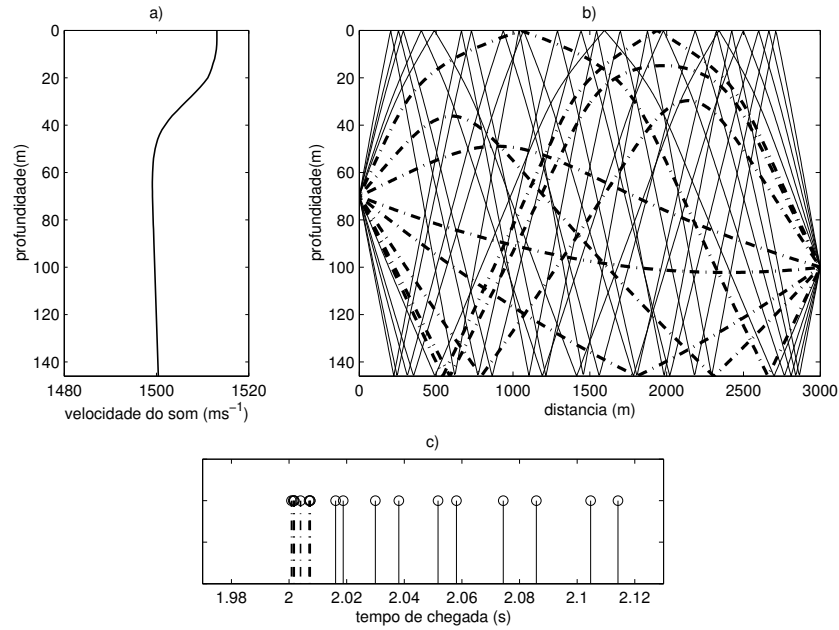


Figura 9: Raios próprios: a) perfil de velocidade, b) diagram de raios próprios para um fonte a 70m de profundidade e um receptor a 100m distante 3km, c) diagrama de chegadas (as amplitudes não correspondem aos valores modelados).

## Referências

- [1] W. Munk and C. Wunsch. Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring. *Dep Sea Research*, 26:123–161, 1979.
- [2] P. Felisberto, C. Lopes, and S. M. Jesus. An autonomous system for ocean acoustic tomography. *Sea Technology*, 45(4):17–23, April 2004.
- [3] C. Soares and S. M. Jesus. Processamento por ajuste de campo em acústica submarina e aplicações. In *Actas das Jornadas do Mar 2004*. a publicar, 2004.
- [4] W. Munk, P. Worcester, and C. Wunsch. *Ocean acoustic tomography*. Monographs on mechanics. University Press, Cambridge, 1995.
- [5] Orlando Rodriguez. *Tomografia acustica oceanografica com vista a estimacao de mares internas na plataforma continental*. PhD thesis, Universidade do Algarve, 2000.

- [6] Steven M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing: Estimation theory*, volume 1 of *Signal processing*. Prentice Hall, New Jersey, 1993.
- [7] P. Elisseeff, H. Schmidt, M. Johnson, D. Herold, N. R. Chapman, and M. M. McDonald. Acoustic tomography of a coastal front in haro strait, british columbia. *Journal Acoust. Soc. Am.*, 106(1):169–184, July 1999.
- [8] E. F. Carter and A. R. Robinson. Analysis methods for the estimation of oceanic fields. *J. Atmos. & Oceanic Technol.*, 4(1):49–74, 1987.
- [9] P. Felisberto, S. M. Jesus, Y. Stephan, and X. Demoulin. Shallow water tomography with a sparse array during the intimate’98 sea trial. In *Proc. MTS/IEEE Oceans’2003*, San Diego (USA), September 2003.
- [10] Robert J. Urick. *Principles of underwater sound*. McGraw-Hill, 3 edition, 1983.
- [11] Herman Medwin and Clarence S. Clay. *Fundamentals of acoustical Oceanography*. Academic Press, 1998.
- [12] Finn B. Jensen, William A. Kuperman, Michael B. Porter, and Henrik Schmidt. *Computational ocean acoustics*. American Institute of Physics, 1994.
- [13] William S. Burdic. *Underwater acoustic system analysis*. Signal processing. Prentice Hall, New Jersey, 1991.
- [14] X. Demoulin, Y. Stephan, S. Jesus, E. Coelho, and M. Porter. INTIMATE96: A shallow water tomography experiment devoted to the study of internal tides. In *Proceedings of the SWAC’97*, Beijing, April 1997.
- [15] W. Menke. *Geophysical data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, San Diego, 1989.
- [16] R. E. Davis. Predictability of sea surface temperature and sea level pressure anomalies over the North Pacific Ocean. *Jour. Phys. Ocean.*, 6:249–266, 1976.
- [17] Peter Gerstoft and F. Gingras. Parameter estimation using multifrequency range-dependent acoustic data in shallow water. *Journal Acoust. Soc. Am.*, 99(5):2839–2850, May 1996.

- [18] Michael D. Collins and W. A. Kuperman. Focalization:Environmental focusing and source localization. *Journal Acoust. Soc. Am.*, 90(3):1410–1422, September 1991.
- [19] A. Tolstoy, O. Diachok, and L. N. Frazer. Acoustic tomography via matched field processing. *Journal Acoust. Soc. Am.*, 89(3):1119–1127, March 1991.